

L'« âge axial » ou l'émergence de la pensée rationnelle

I	Introduction	p.2
II	L'apparition de la condition humaine	p.3
	II-1 L'époque des chasseurs-cueilleurs :	p.3
	II-2 La découverte de l'agriculture et des premières métallurgies :	p.4
	II-3 L'invention de premières écritures et de la métallurgie du fer :	p.5
III	L'âge axial	p.6
	III-1 La définition de Karl Jaspers :	p.6
	III-2 L'influence du langage sur la pensée :	p.6
	III-3 L'invention des mathématiques :	p.7
	III-4 Thales :	p.8
	III-5 Pythagore :	p.9
	III-6 Aristote propose une définition du raisonnement logique :	p.10
	III-7 L'induction et la déduction :	p.11
	III-8 La conception aristotélicienne de l'univers :	p.12
	III-9 Eudoxe et la définition de la proportionnalité :	p.13
	III-10 La création d'Alexandrie :	p.14
	III-11 Euclide :	p.14
	III-12 L'œuvre d'Archimède en mathématiques :	p.16
	III-13 L'astronomie :	p.16
	III-14 Les astronomes de l'âge axial :	p.17
	III-15 Parménide :	p.17
	III-16 Aristarque, premier découvreur de l'héliocentrisme :	p.18
	III-17 Eratosthène mesure la circonférence de la Terre :	p.19
	III-18 Hipparque :	p.20
	III-19 Les débuts de la physique :	p.21
	III-20 Les premières théories atomiques :	p.21
	III-21 La découverte de l'électricité :	p.22
	III-22 Les découvertes d'Archimède en physique :	p.22
IV	La fin de l'« âge axial »	p.23
	IV-1 Après les guerres puniques, les Romains conquièrent l'empire :	p.23
	IV-2 L'évolution de la pensée dominante dans l'empire romain :	p.23
	IV-3 La fin de l'empire romain :	p.25
V	Le bilan de l' « âge axial »	p.25
VI	Conclusion	p.28

I - Introduction

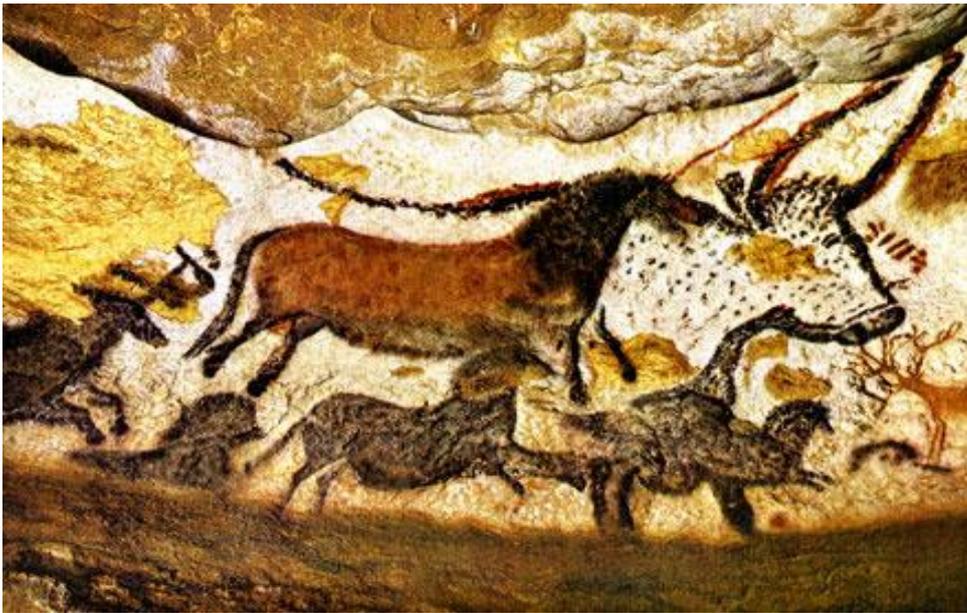
Au milieu du flot d'informations et de communications que les médias diffusent, donnant ainsi naissance à l'opinion générale, une question hante nos sociétés contemporaines : « *Sur quelles certitudes pouvons-nous fonder nos façons de penser ?* ». Elle est indissociable de l'interrogation suivante : « *Comment connaître les causes réelles des phénomènes que nous observons ?* » Il n'existe qu'une démarche qui ait fait ses preuves : ignorer l'apparence des propos, pour ne s'intéresser qu'à la logique des raisonnements aboutissant aux discours qui sont tenus. On peut évidemment douter de l'opportunité d'entreprendre ce genre de réflexion en ce début du XXI^e siècle, où les technologies modernes prétendent répondre à la plupart de nos investigations, tout en bouleversant nos modes de vie à un rythme qui ne cesse de s'accélérer. Mais malgré cette incessante course à la nouveauté, nous n'arrivons pas à écarter une inquiétude qui peut se traduire ainsi : « *L'humanité a-t-elle déjà vécu, dans le passé, des périodes où, en dépit de ce qu'ils pouvaient savoir, les hommes ont préféré délaissier la raison pour suivre des impulsions dictées par leurs émotions ?* » Pour essayer d'apporter un début de réponse à cette question, nous avons pensé qu'il pouvait être judicieux de raconter comment la pensée rationnelle est apparue. Notre récit commence donc au moment où, certains penseurs qui désiraient cerner la vérité, ont imaginé les premiers raisonnements logiques. Il nous permet de constater qu'au moment de progresser sur les chemins de la connaissance, quelques uns de ceux qui participèrent à cette entreprise, n'ont pu s'empêcher de s'éloigner, en certaines occasions, de la voie qu'ils avaient eux-mêmes tracée. Mais cette histoire nous montre aussi, qu'après une période de production remarquable, le recours à la rationalité a semblé perdre tout intérêt dans les sociétés occidentales. Nous avons alors cherché à mettre en évidence quelques unes des causes de ces processus troublant.

Aujourd'hui, nous admettons communément que les sciences répondent à cette définition très générale, proposée, au XX^e siècle, par le philosophe Georges Canguilhem : « *les sciences sont des discours critiques et progressifs qui nous servent à déterminer les phénomènes qui doivent être tenus pour réels dans notre analyse des expériences que nous procure le monde qui nous environne* ». Il apparaît ainsi clairement, que la production des connaissances scientifiques provient exclusivement de la confrontation d'observations réalisées sur notre environnement, avec le contenu des discours destinés à déterminer les mécanismes qu'elles impliquent. Cette règle impose de mettre en évidence la réalité objective qui se cache derrière les résultats des expérimentations que nous effectuons. Mais quand on considère l'histoire de l'humanité, on se rend compte que cette façon de traiter les questions posées par l'observation de la nature, de l'univers, ou des processus qui font évoluer nos sociétés, n'est intervenue qu'assez récemment. L'apparition des modes de pensée, qui ont finalement permis de dépasser les apparences immédiates, n'est intervenue qu'à l'issue d'une longue évolution. Le texte, présenté ici, décrit quelques unes des querelles et des illusions qui ont marqué les premières étapes de la conception d'une rationalité qui se veut désormais universellement scientifique, puisque depuis moins d'un siècle, l'élaboration des sciences sociales a ouvertement pris pour modèle les méthodes fondatrices des sciences exactes.

II - L'apparition de la condition humaine

II-1- L'époque des chasseurs-cueilleurs :

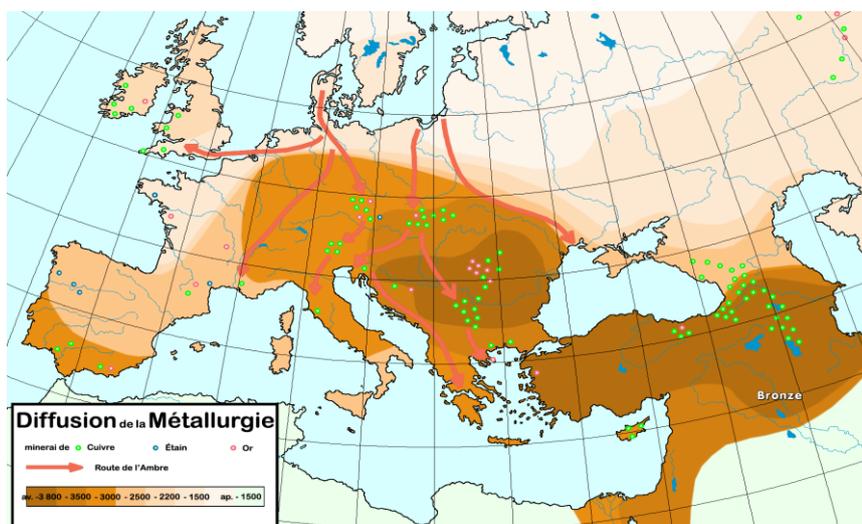
On peut considérer que les hommes se sont définitivement distingués des autres espèces animales dès qu'ils ont réussi à maîtriser le feu. Pour le contrôler, ils construisirent des foyers aménagés, dont les premiers vestiges, découverts récemment par des archéologues, datent d'environ 400 000 ans avant notre ère (que nous noterons désormais AEC : Avant l'Ère Chrétienne). Le feu, ainsi domestiqué, leur apporta immédiatement des avantages considérables : il leur permit de se prémunir de la rigueur du climat, au cours des périodes froides. Il leur procura une protection efficace contre d'éventuels prédateurs, en effrayant les animaux sauvages. Il leur donna enfin la possibilité de faire cuire la plupart des aliments qu'ils consommaient, dont la mastication devint ainsi plus aisée et le goût plus agréable. Progressivement le feu fut aussi utilisé pour redresser des baguettes d'os ou d'ivoire afin de faire des outils, ou pour calciner certaines ocres naturelles ou des os, broyés ensuite avant de servir à créer les peintures pariétales. Cette lente évolution, qui s'étale sur des centaines de milliers d'année, a finalement débouché sur une rupture définitive entre les conditions de vie des hommes et celles des autres mammifères. Les magnifiques œuvres d'art qui ornèrent, dès 32 000 ans AEC, les parois des grottes de Lascaux, d'Altamira, du Puech Merle, (on en connaît 350 environ), montrent que les humains de cette époque étaient déjà animés par des préoccupations bien éloignées de la simple soumission au sort animal.



Elles constituaient incontestablement les manifestations d'une communauté de sentiments au sein d'une population, ce qui peut être considéré comme l'émergence d'une civilisation. Il n'est pas interdit d'imaginer que cette convergence des pensées vers une espérance commune, traduisait en fait, les premiers signes de cette quête obstinée du contrôle que l'humanité a toujours cherché à exercer sur son destin, depuis ces temps lointains. On peut penser également que ceux qui tracèrent ces chefs d'œuvre sur des parois de grottes, étaient des artistes capables de traduire les notions de beauté ressenties par leur contemporains, avec tout autant de talent que nous en accordons, actuellement, à Michel-Ange, Léonard de Vinci, Monet ou Picasso.

II-2- La découverte de l'agriculture et des premières métallurgies :

Les modifications de températures provoquées par l'évolution du climat terrestre, permirent ensuite aux hommes de mieux maîtriser leurs conditions de vie. En effet, le net radoucissement de la planète, qui intervint vers 10 000 ans AEC, fut propice à l'apparition de l'agriculture dont on trouve les premières traces au Moyen Orient, dans les régions où trois fleuves importants, le Tigre, l'Euphrate et le Nil, arrosent des terrains qu'ils ont ainsi rendus favorables à l'exploitation agricole. Cette nouvelle façon de se procurer son alimentation, qui poussait les chasseurs-cueilleurs nomades, à se transformer en paysans, obligés de se sédentariser pour attendre les récoltes, les incita à construire des abris durables. A partir du VI^e millénaire AEC, l'argile fut le premier matériau utilisé pour façonner des briques ou des récipients, qui furent d'abord simplement séchés au soleil. Mais d'importants perfectionnements intervinrent plus tard, avec l'introduction de la cuisson dans les procédés de fabrication. Après avoir été séchés, les objets furent ensuite entassés, séparés par des fagots de broussailles, dans des tumulus qui étaient recouverts de terre, avant qu'on y mette le feu. Les premiers fours de ce type, ont été fabriqués au IV^e millénaire AEC. On peut alors remarquer que tous les procédés connus à cette époque, qui permettaient de créer quelque chose de solide, dont la forme ne fut pas déjà ébauchée par la nature, faisaient appel à quatre éléments : l'air, l'eau, la terre et le feu. Imaginons maintenant ce qui a pu se passer dans certaines régions particulières. Il y avait, comme dans beaucoup d'autres endroits, des potiers qui avaient l'habitude de faire cuire des objets fabriqués en glaise, à l'origine. Mais certains d'entre eux finirent par remarquer, sans doute au bout de plusieurs expériences semblables, qu'ils voyaient apparaître dans les cendres finales, quelques blocs beaucoup plus pesants et plus durs que tous les autres résidus, quand ils cherchaient à récupérer les produits qu'ils avaient préparés. C'est sans doute ainsi que débuta la période chalcolithique, caractérisée par la métallurgie du cuivre, dont les traces les plus anciennes ont été trouvées en Anatolie et dans des régions situées au sud du Caucase. Plus tard, les Sumériens de la ville d'Uruk, qui utilisaient un minerai contenant des proportions non négligeables d'étain (14 %) et de nickel (2 %), inventèrent le bronze. Ils remarquèrent que ce mélange se coulait plus facilement, et que les produits ainsi obtenus étaient plus solides. C'est ainsi que ces populations passèrent du « *chalcolithique tardif* » à « *l'âge du bronze* ». Peu à peu, l'utilisation d'un alliage constitué de 90% de cuivre et de 10% d'étain, se répandit dans l'ensemble de la région euro-asiatique, tout au long d'une époque située autour des 3000 ans AEC.



Diffusion de la métallurgie du bronze au Moyen – Orient et en Europe, de 3800 à 1500 AEC

II-3- L'invention des premières écritures et de la métallurgie du fer :

Parallèlement, les premières traces d'écritures qui ont été découvertes, remontent aussi à cette période : des tablettes datant environ de 3400 ans AEC et portant des inscriptions cunéiformes, ont été trouvées en Mésopotamie, dans la cité d'Uruk, tandis que les premiers hiéroglyphes connus ont été gravés à Abydos, en Egypte, vers 3250 AEC.

Les archéologues estiment que la métallurgie du fer apparut en Asie mineure, au sud de l'actuelle Turquie, à la fin du III^e millénaire AEC. Les procédés permettant de réaliser cette métallurgie, exigeaient la création de fours capables d'atteindre des températures nettement plus élevées que celles nécessaires à la préparation du bronze, puisqu'il fallait désormais porter le minerai à 1500°C, pour le réduire. Ce résultat fut obtenu en ajoutant au dispositif qui existait déjà, un soufflet en peau de chèvre, qui permettait d'apporter d'importantes quantités d'air, au cœur du foyer. Les Hittites qui peuplaient alors la région des monts du Taurus, semblent avoir été les premiers à utiliser des armes en « fer ». Ce métal n'était pas du fer pur au sens de la chimie moderne, mais un fer cémenté, parce que le procédé de réduction employé à l'époque, entraînait une carburation inévitable du produit final. Puis on découvrit, sans doute à force d'expériences et un peu grâce au hasard, qu'en enfouissant suffisamment longtemps, un objet en fer, au cœur d'un feu de charbon de bois activé par un soufflet, la pièce ainsi traitée devenait plus élastique, donc moins cassante sous l'effet des chocs. Cette première élaboration d'aciers primitifs, s'accompagna inévitablement d'une spécialisation accrue de ceux qui exerçaient le métier de forgeron. Ainsi, entre le X^e et le II^e millénaire AEC, le développement de l'agriculture et la sédentarisation qui en résultèrent, favorisèrent la création de diverses activités, qui ne pouvaient s'exercer qu'après un apprentissage permettant d'en acquérir les qualifications nécessaires. Cette brève évocation de quelques étapes essentielles qui marquèrent les débuts des civilisations antiques, rappelle que leur développement s'accompagna de l'apparition de nouveaux métiers, correspondant à une constante augmentation des connaissances au sein de certains peuples. Les artisans qui apportèrent leur contribution à l'amélioration de ces premières techniques, avaient certainement accumulé autant de compétences par rapport aux activités de leurs contemporains, que les ingénieurs les plus créatifs de notre époque. Incontestablement, l'invention de la roue a énormément modifié l'existence des premiers hommes qui en ont profité. Leur vie changea certainement beaucoup plus radicalement que celle des gens du XX^e siècle de notre ère, qui assistèrent au lancement de fusées vers la lune. L'apparition de nouvelles techniques dans les sociétés antiques, résultait donc, tout autant qu'aujourd'hui, d'une importante progression des connaissances due à l'ingéniosité de ceux qui les créaient. D'ailleurs, ce que nous savons de ces civilisations et des conflits qui les opposèrent, montre que les peuples dont l'influence fut prédominante au cours de ces temps anciens, possédaient les techniques les plus évoluées de l'époque, dans les domaines de la métallurgie, de l'architecture et de l'écriture. Mais ces inventeurs, qui jouèrent pourtant un rôle primordial dans l'évolution des civilisations, sont demeurés anonymes, laissant leur place, dans la mémoire des hommes, aux rois puissants et victorieux. Il fallut attendre une période remarquable de cette Antiquité, pour assister à un profond bouleversement des mentalités, qui fit considérablement évoluer l'intérêt accordé au contenu des connaissances.

III - L'âge axial

III-1- La définition de Karl Jaspers :

Dans son livre intitulé : « *Introduction à la philosophie* », publié en France en 1951, le philosophe existentialiste Karl Jaspers, a d'abord repéré un groupe d'éminentes personnalités, dont les travaux avaient radicalement modifié, en leur temps, les approches intellectuelles concernant la société ou la nature. Il a remarqué ensuite, qu'elles avaient toutes été contemporaines, chacune vivant dans une région où l'existence des autres était complètement ignorée. Ainsi en Grèce, Pythagore naquit vers 580 AEC, tandis que les historiens estiment qu'en Inde Siddhârta Gautama, appelé ensuite le Bouddha, a vu le jour vers 563 AEC. Certains situent la date de naissance de Zarathoustra, en Perse, vers 589 AEC et on sait enfin qu'en Chine, Confucius a vécu de 551 AEC à 479 AEC, tandis que Lao Tse est né vers 590 AEC. Karl Jaspers proposa de caractériser cette période en l'appelant « *aschsenzeit* », en Allemand, ce qui se traduit généralement, en Français, par l'expression : « *âge axial* ». En ce qui concerne l'histoire de la Grèce antique, il est habituellement admis que cette époque, caractérisée par une intense production intellectuelle, dura de 700 AEC à 200 AEC. On considère que, dans ce pays, l'apparition de cet « *âge axial* », fut favorisée par l'usage d'une langue neuve et originale qui se développa, vers la fin du VIII^e siècle AEC, à partir d'un nouvel alphabet de vingt quatre signes, créé en s'inspirant de l'alphabet phénicien, appelé aussi protocananéen, qui existait depuis le XIII^e siècle AEC. Dès l'an 1830 de notre ère, le philosophe Friedrich Hegel relia implicitement cet évènement à l'émergence de la pensée rationnelle qui caractérise la civilisation occidentale, en écrivant : « *C'est dans le langage principalement que sont déposées les déterminations de pensée* ».

III-2- L'influence du langage sur la pensée :

On peut en effet remarquer que cette nouvelle langue offrait désormais, à ceux qui la pratiquaient, la possibilité de distinguer nettement, deux types de relations. Celles appelées symétriques, font appel au verbe « *avoir* », en français contemporain, quand on dit par exemple : « *mon père a un frère* ». Pour évoquer cette forme de rapport, les Grecs, qui déclinaient les noms et les adjectifs en composant leurs phrases, avaient créé le génitif, traduit habituellement par l'expression suivante : « *le frère de mon père* ». On observe alors que la même situation peut être décrite en plaçant les deux substantifs dans des positions symétriques. On ne retrouve pas cette possibilité dans les expressions qui utilisent le verbe « *être* ». Elles offrent pour leur part, une illustration des relations antisymétriques. « *Le chat est un félin* » constitue un exemple de ces phrases, dont le sens disparaît complètement si on tente d'écrire symétriquement : « *un félin est un chat* ». On découvre, en même temps, que la mise en œuvre systématique de ces relations antisymétriques, dans certains cas bien précis, permet de classer des individus au sein de catégories. Or cette tâche est généralement considérée comme l'une des étapes initiales de la démarche scientifique. On devait sans doute trouver déjà cette propriété du langage, bien avant le VII^e siècle, dans d'autres régions du pourtour méditerranéen. Mais dans la Grèce antique, elle fut remarquablement exploitée au cours de cet « *âge axial* », pour exprimer clairement les notions d'inclusion et d'implication causale, qui ont profondément marqué la culture occidentale, héritière de la civilisation grecque.

Cette première intuition fut confirmée par les découvertes de l'anthropologie. Cette discipline, qui fut créée au début du XX^e siècle de notre ère, dans le but d'étudier d'autres formes de civilisations, est en effet parvenue à démontrer que la pensée humaine dépend étroitement de la façon dont le langage représente les choses et les

événements qui nous entourent. Ainsi, les Grecs du VI^e siècle AEC, connaissaient déjà l'essentiel des processus d'argumentation logique, parce qu'ils avaient fabriqué des modes d'expression de leurs pensées, qui furent à l'origine de la plupart des outils intellectuels que nous utilisons encore aujourd'hui. Pourtant, ces formes de raisonnement, qui ont permis de développer les démonstrations cohérentes caractérisant les cultures du monde occidental, ne furent inventées qu'après une indispensable durée de gestation. Cette période correspond au passage de la simple utilisation des relations symétriques et antisymétriques, à l'élaboration de discours où les propositions s'enchaînent sans faire apparaître de contradiction.

III-3- L'invention des mathématiques :

Parallèlement, c'est aussi en Grèce, au cours de ce même « âge axial », que fut élaborée, à propos des nombres et des formes, une nouvelle approche, complètement originale, qui dépassait la simple exploitation utilitaire pour aborder le domaine de l'abstraction. Cette invention fondamentale, qui n'avait pas encore de nom, fut alors appelée « *μαθηματα* » par les Grecs de l'antiquité. Ce mot peut être rapproché du verbe : « *μανθ αναω* » qui signifie : *apprendre*, et du substantif : « *μαθησις* », qui se traduit en français par : *leçon*. Le substantif, « *μαθηματα* », est devenu « *mathématiques* » dans notre vocabulaire.

Au cours du XX^e siècle de notre ère, les archéologues ont réussi à déterminer à quel moment furent tracés les plus anciens signes correspondant à l'existence de nombres. Ils datent du II^e millénaire AEC. Ces premières écritures comptables, découvertes en Egypte et en Mésopotamie, furent certainement créées à l'origine, dans le seul but de répondre à des besoins purement pratiques et techniques, pour établir des échanges commerciaux. Les idées que recouvraient alors ces nombres, n'étaient sans doute pas indépendantes de la nature des objets recensés. Les activités qui en faisaient usage, essentiellement liées au négoce, ne nécessitaient pas un degré élevé d'abstraction. Certaines fouilles ont pourtant permis de trouver des tablettes babyloniennes, datant du II^e millénaire AEC, où des problèmes sont exprimés sans notation symbolique, c'est-à-dire dans les termes du langage courant. La solution n'est accompagnée d'aucune justification. Elle semble simplement résulter de l'application d'une série de règles, connues seulement de ceux qui effectuaient ces calculs. Ainsi l'énoncé : « *Un carré ajouté à son côté égale 45/60. Quel est le côté ?* », Peut se traduire de façon plus moderne, par la résolution de l'équation : $x^2 + x = 3/4$. En lisant cette tablette, on constate que les Babyloniens se servaient d'une numération fondée sur le système sexagésimal, dont il existe encore quelques traces dans nos pratiques coutumières, où une heure contient 60 minutes, composée chacune de 60 secondes. Nous admettons également, que dans un cercle, il est possible de faire pivoter un rayon autour de son extrémité fixée au centre, en l'écartant de sa position d'origine d'un angle qui croît de 0 à 360 degrés, lorsqu'un tour complet de la circonférence est accompli.

Progressivement cette arithmétique concrète fut étendue à d'autres activités que le négoce, parce que le développement de l'agriculture nécessitait de savoir tenir un calendrier pour semer au bon moment. Bientôt, il devint aussi indispensable de maîtriser une science des formes, qui permettait d'arpenter les champs, puis de construire des locaux solides où se logeaient les paysans et dans lesquels les récoltes pouvaient être engrangées. Il fallut ensuite recenser les hommes pour les administrer correctement. Progressivement, de nouveaux usages apparurent. Bâtir servit aussi à construire des temples et des palais, et l'observation nocturne du ciel, donna naissance à l'astrologie

qui eut rapidement une fonction religieuse. Une description de ces premières façons d'utiliser des nombres et des calculs, nous fut donnée par Hérodote, quand il décrit, dans son livre : *Histoires (II, 109)*, le comportement du pharaon Sésostris pendant son règne, au début du II^e millénaire AEC : « *On disait que ce roi avait partagé le territoire entre tous les Egyptiens, donnant à chacun un lot égal de forme carrée, et que sur la base de cette subdivision, il se procurait ses revenus, ayant imposé le paiement d'un tribut annuel. Si le fleuve emportait quelque partie d'une propriété, le propriétaire, s'étant rendu auprès du roi, lui signalait la perte : lui, alors envoyait des fonctionnaires qui observaient et mesuraient de combien le terrain était devenu plus petit, afin qu'à l'avenir le propriétaire payât le tribut en proportion. Je retiens qu'en suite de cela la géométrie fut inventée, après quoi, elle est passée en Grèce* ».

Les Grecs utilisèrent puis développèrent ces premiers objets qui avaient été conçus à l'origine pour calculer et arpenter, avec l'idée de s'en servir désormais comme mode d'exercice de la raison, en les impliquant dans une démarche abstraite. Ils abordèrent ainsi les étapes inaugurales de la pensée scientifique. Il faut toutefois souligner dès maintenant, avant de progresser dans le récit de cette aventure intellectuelle, que tous ceux qui participèrent à cette œuvre de création d'une pensée rationnelle, s'intitulèrent « *philosophes* », quelle que fût la spécialité dans laquelle ils avaient choisi d'exercer leur talent. En Grec ancien, « *φιλοσοφία* », qui a donné « *philosophie* » en Français, est un mot composé à partir du verbe « *φιλειν* », signifiant « *aimer* » et du substantif « *σοφία* » qui désigne la « *sagesse* ». La « *philosophie* » représente donc littéralement l'« *amour de la sagesse* ». Elle traduit un questionnement, une interprétation et une réflexion sur le monde et l'existence humaine. Cette activité peut donc porter sur toutes les formes disponibles de savoirs et, par conséquent, le titre de « *philosophe* » fut longtemps attribué à tous ceux qui cherchaient à établir de nouvelles connaissances. Pythagore se disait « *philosophe* », et cette coutume perdura jusqu'au XVII^e siècle de notre ère, puisqu'en publiant son œuvre majeure, le 5 juillet 1687, Newton l'intitula : « *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* », qui fut rapidement traduite en Français, sous le titre : « *Principes mathématiques de la philosophie naturelle* ».

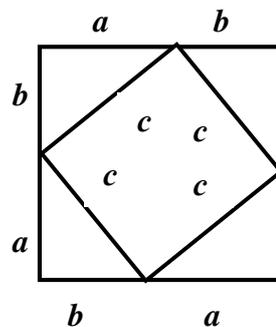
III-4- Thales :

Le plus ancien des philosophes dont le nom est parvenu jusqu'à nous, s'appelait Thales. Il naquit vers 625 AEC, à Milet, une ville située sur la côte ouest de l'Asie mineure, et on pense qu'il y mourut vers 547 AEC. Il est considéré comme le fondateur des mathématiques. Son activité porta essentiellement sur l'élaboration d'objets idéaux, conceptuels, à partir de figures qu'il fallait bien tracer dans la réalité pour les observer. Désormais, la géométrie travailla sur des objets repérés par un nom traduisant le fait qu'ils possèdent des propriétés communes : seules leurs positions peuvent distinguer deux points, et deux cercles sont parfaitement semblables, ne se différenciant que par leur diamètre et la localisation de leur centre. On pense aussi que Thales énonça quelques propriétés remarquables dont nous donnons certains exemples ci-dessous :

1. Un cercle est partagé en deux parties égales par chacun de ses diamètres.
2. Les deux angles adjacents à la base d'un triangle isocèle, sont égaux.
3. Quand l'un des côtés d'un triangle forme le diamètre du cercle dans lequel il est inscrit, ce triangle est rectangle.

III-5- Pythagore :

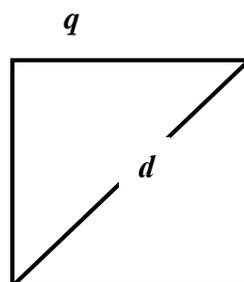
Son successeur dans la lignée des célèbres mathématiciens de l'antiquité, s'appelait Pythagore. Il naquit à Samos vers 580 AEC et mourut vers 495 AEC à Métaponte, un port du golfe de Tarente, en Grande Grèce, région située aujourd'hui en l'Italie du Sud. Il connaissait évidemment les travaux de Thales de Milet. La légende prétend qu'il fut le premier à introduire la notion de démonstration, en expliquant comment valider les théorèmes qui énoncent des propriétés communes à une série de problématiques soigneusement décrites et répertoriées. Pour y parvenir, il lui fallut supposer qu'il existe un accord universel sur une collection de principes, à partir desquels il est possible d'échafauder, suivant des règles unanimement reconnues, ces successions de propositions logiques formant les démonstrations. Cette façon de procéder, a caractérisé ensuite tous les raisonnements mathématiques, jusqu'à aujourd'hui. Il fut l'auteur de la célèbre phrase : « *Tout est nombre* », signifiant qu'il est toujours possible de déterminer la structure intellectuelle de toutes les choses et donc de l'univers entier, en utilisant les nombres. Suivant l'usage répandu chez tous les philosophes grecs de son époque, le mot : « *nombre* » désignait toujours un nombre entier, mais tous les contemporains qui faisaient des mathématiques, connaissaient aussi l'usage des fractions. Héritier de Thales, Pythagore s'intéressa également à la géométrie, ce qui lui permit de donner la première démonstration connue du théorème qui porte son nom, comme le montre la figure suivante :



Où on voit que :

$$(a + b)^2 - 4(ab/2) = c^2 \text{ soit } c^2 = a^2 + b^2$$

Il effectua plusieurs voyages en Asie mineure, où il put prendre connaissance des calculs que faisaient déjà les Babyloniens. Il semble qu'à son retour en Grèce, il proposa une méthode pour résoudre les équations du second degré. Finalement, il fonda une école dont les membres, appelés « *pythagoriciens* », découvrirent l'existence des nombres irrationnels. En effet, en considérant un carré dont le côté est égal à q unités de longueur, q étant un nombre entier, ils ont montré que la diagonale de ce carré ne peut être mesurée ni par un nombre entier, ni par un rapport de nombre entiers, de ces unités de longueur, comme le montre la figure ci-dessous :



D'après le théorème de Pythagore, le carré de la diagonale d de ce carré vaut :

$$d^2 = 2 q^2 \quad \text{Soit} \quad d = q \sqrt{2}$$

Les pythagoriciens découvrirent ainsi, ce que les mathématiciens appelèrent, plus tard, les « *nombre irrationnels* ».

III-6- Aristote propose une définition du raisonnement logique :

Parallèlement, l'effort d'invention de nouvelles argumentations, ne se limita pas aux mathématiques. Il s'étendit rapidement à des domaines où ces méthodes de raisonnement offraient de réelles perspectives d'innovations. On aboutit ainsi à l'œuvre de celui qui fut le premier à mettre soigneusement en forme les caractéristiques d'un raisonnement logique. Aristote, né en 384 AEC à Stagire, une ville du royaume de Macédoine, suivit pendant quinze ans, de 367 à 342 AEC, l'enseignement de Platon, qui avait fondé l'« *Académie* » à Athènes. En 342 AEC, le roi de Macédoine, Philippe, lui demanda de devenir le précepteur de son fils Alexandre. Désormais sa destinée fut liée à celle de la dynastie macédonienne des Argeades. Quand son élève accéda au trône, Aristote retourna vivre à Athènes en 335 AEC, où il fonda sa propre école, « *Le Lycée* », qui rassemblait ceux qui s'appelaient « *les péripatéticiens* ». Il accomplit alors, une véritable œuvre d'encyclopédiste en tentant de réunir les connaissances accumulées à son époque, en physique, cosmologie, biologie, et en inventant même l'économie. Mais il proposa surtout d'utiliser la notion de causalité pour vérifier que les raisonnements énoncés obéissent bien à une logique rigoureuse : il expliqua comment cette exigence imposait d'exprimer les arguments suivant un ordre précis, en plaçant d'abord une proposition conditionnelle contenant les prémisses, puis une proposition assertorique contenant la conclusion. Evidemment, la validité des discours ainsi élaborés, dépend de la vérité des énoncés successifs qui le constituent. L'importance fondamentale de cette notion de vérité, apparaissait déjà clairement dans l'œuvre de Platon, né en 428 AEC à Athènes où il mourut en 347 AEC. Ce célèbre philosophe, dont Aristote fut l'élève, consacra la majeure partie de son œuvre écrite, à présenter les principaux aspects de la doctrine soutenue par celui qui, de 408 à 399 AEC, fut son maître : Socrate, né vers 470 AEC à Athènes et mort en 399 AEC, quand il fut condamné à boire de la cigüe par les édiles de cette ville. Platon a décrit en détail la façon dont ce philosophe mythique avait créé la « *maïeutique* », afin de développer une argumentation dénuée d'éventuelles contradictions, quand il s'agit de réfléchir sur la condition humaine et les rapports entre les membres de la cité. « *Protagoras* », « *Ménon* », « *Gorgias* », « *Phèdre* », « *Parménide* », « *Phédon* », « *Critias* » ou « *le Banquet* », sont quelques uns des ouvrages où Socrate est mis en scène, engageant une controverse avec un personnage, souvent bien connu de ses contemporains, comme Protagoras, dans l'un des premiers dialogues. Celui-ci émet une théorie, à propos de l'objet de la conversation qui vient de s'engager. Socrate cherche aussitôt à définir les prémisses qui fondent la thèse développée par son interlocuteur. Lorsque tous les participants sont tombés d'accord sur cette définition, Socrate, partant de ces prémisses, construit un raisonnement rigoureux, aboutissant à une conclusion qui invalide l'opinion de son adversaire. En utilisant systématiquement ce procédé de réfutation, il démontre que la doctrine présentée initialement, est fautive. Quand il écrivit ses « *Topiques* », Aristote s'inspira de ces discours, pour affirmer que l'objet de la dialectique consiste à éviter que le déroulement d'une argumentation, aboutisse à une contradiction. Il a fait débiter son texte par l'introduction suivante : « *L'intention du présent traité est de découvrir une méthode par laquelle nous serons capables de raisonner à partir d'opinions généralement admises à propos de tout problème qui nous est soumis et qui nous évitera, quand nous développerons une argumentation, de dire quoi que ce soit*

d'auto contradictoire ». Dans l'*Organon*, en généralisant son propos à l'élaboration des preuves dans tous les usages d'un langage, que ce soit dans les mathématiques ou dans un discours général, Aristote distingua cette fois, trois types de raisonnements, qu'il appela : l'analytique, la dialectique et la rhétorique.

- L'analytique concerne les preuves qui permettent de construire une connaissance certaine, que les Grecs désignaient par le terme « *épistémè* » (*επιστημη*), correspondant à l'élaboration des sciences.
- La dialectique est d'usage dans les débats philosophiques, tels qu'ils apparaissent dans les textes de Platon quand ils décrivent les joutes oratoires de Socrate.
- La rhétorique enfin, se contente de preuves qui ne présentent pas une telle exactitude. Elles peuvent ainsi être invoquées dans une conversation où il s'agit de convaincre son interlocuteur en citant simplement des proverbes ou des récits anecdotiques, ce qui est d'ordinaire le cas dans les harangues politiques.

Il semblait désormais possible de ranger les discours suivant la rigueur qu'il est nécessaire de mettre en œuvre pour les développer. Dans cette sorte de classement, l'association libre correspondait à de simples réflexions sans contraintes tandis que les calculs nécessitaient de discipliner son intelligence suivant des règles bien établies. En décrivant ces différents types d'expression de la pensée, Aristote a donc voulu édicter un ensemble de règles permettant de traiter de façon rationnelle les observations phénoménologiques. Il s'agissait d'élaborer une méthode permettant d'établir des raisonnements logiques et cohérents pour élucider les propriétés générales de la matière et des phénomènes observables. Cette discipline qui cherchait à percer les secrets de la nature, « *φυσικς* » en grec, fut appelée « *φυσικη* », qui devint « *la physique* » dans notre langage moderne

III-7- L'induction et la déduction :

Il est certain qu'en échafaudant cette méthode destinée à définir les critères de production des raisonnements logiques, Aristote avait l'ambition de participer à la construction d'un système de savoir. Il a donc tracé la voie qu'il lui semblait opportun de suivre, en décrivant les deux chemins qui devaient permettre d'atteindre cet objectif : « *nous apprenons, en effet, soit par induction (επαγωγη), soit par déduction (αποδειξις). La déduction part des vérités universelles, l'induction des vérités particulières. Mais il est impossible d'acquérir la contemplation des vérités universelles, si ce n'est par induction* ». La méthode qu'il proposait, en développant ce raisonnement, consistait à examiner une foule d'objets particuliers, en essayant d'établir des comparaisons pour parvenir à énoncer des lois universelles, grâce à l'observation répétée de choses singulières. Dans ce processus, les mathématiques jouaient un rôle bien précis, car elles étaient capables d'étudier les mêmes objets que la physique. Mais les deux approches étaient différentes : les physiciens considéraient ces objets tels qu'ils étaient, c'est-à-dire formés de matière, tandis que les mathématiciens les analysaient après avoir réalisé une abstraction qui les séparait de la matière. Désormais, pour Aristote, la physique pouvait être décomposée en deux parties : la première constatait la réalité des phénomènes, tandis que la seconde cherchait à en donner une explication, en déduisant, à partir de principes fondamentaux, des conclusions conformes aux apparences observées. Ainsi les réflexions développées par Aristote, à propos des raisonnements logiques, l'avaient conduit à suggérer que l'existence empirique que chacun peut appréhender, se double inévitablement d'une réalité objective qui constitue sa vérité ultime. Cette façon d'envisager le développement des sciences, imposait donc

de rechercher cette réalité objective pour produire une description authentique de l'univers.

III-8- La conception aristotélicienne de l'univers :

On aurait pu imaginer alors, qu'après avoir si minutieusement décrit les processus conduisant à l'élaboration d'une théorie logique et cohérente à partir des pratiques d'observation, Aristote les mettrait en œuvre au moment d'établir les bases fondamentales de la physique. Il se contenta pourtant de reprendre les résultats des travaux de Parménide, né vers 515 AEC à Elée, cité grecque de la Campanie. Ce philosophe avait écrit un traité intitulé : « *De la Nature* ». Il avait aussi créé l'ontologie, dont l'objectif était d'étudier les propriétés générales de tout ce qui existe, en appliquant la formule suivante : « *l'être existe tandis que le non-être n'existe pas* ». Cette approche conduisit Aristote à définir l'être comme une substance dont les propriétés statiques ou dynamique apparaissaient comme des éventualités de transformation. Après avoir donné cette définition, il l'utilisa pour développer la métaphysique qui fut dès lors considérée comme la science de l'être en tant qu'être. En appliquant ces théories, il fut amené à suivre la voie tracée par son maître Platon, qui pensait avoir démontré la doctrine de Parménide, prétendant que la nature toute entière était constituée à partir de quatre éléments fondamentaux : le feu, l'air, l'eau et la terre. Il ne s'agissait en fait que d'une conception anthropocentrique, imaginant naïvement que l'univers avait été créé à l'aide de procédés identiques à ceux que les hommes utilisaient couramment, depuis plus de trois mille ans, pour fabriquer des poteries, des briques ou tous les objets métalliques. Cette idée d'un recours universel à la terre et à l'eau pour façonner ce qui existe à la manière d'un potier, était alors fort répandue dans certaines mythologies d'autres peuples du Moyen-Orient. En Mésopotamie, dans l'épopée d'Atrahasis, la déesse Nintu fabriquait l'humanité en se servant d'argile. En Egypte, le dieu Khnoum prenait de la glaise pour façonner des hommes. Dans la Bible, au livre de la Genèse, Adam le premier homme, est créé à partir de la poussière de la terre. Cette mythologie biblique, reprise dans le Coran, influença finalement toutes les croyances juives, chrétiennes et musulmanes. Il n'est donc pas surprenant de constater que cette conception de l'univers fut adoptée par l'écrasante majorité des philosophes, pendant une quinzaine de siècles. Evidemment cette théorie avait aussi subi l'influence de la mythologie grecque et le feu possédait plusieurs propriétés : source de vie et d'intelligence, il pouvait être identifié à la lumière, dont il constituait, d'après Aristote, une forme dégradée. Mais il était aussi mouvement et force, ce qui signifiait qu'il pouvait donner vie aux choses inertes. Il jouait également un rôle essentiel de formateur, puisque Prométhée l'avait donné aux hommes afin qu'ils puissent façonner la matière et les métaux. Enfin, cet élément intervenait à la fois dans les conflits et dans l'amour.

Ainsi, on est bien obligé de constater qu'au moment de définir les éléments constitutifs de l'univers, Aristote ne tenta pas d'utiliser la méthode qu'il avait lui-même définie pour construire un système cohérent de savoir. Car si Platon prétendait avoir démontré que l'ensemble de l'univers est formé de diverses combinaisons des quatre éléments fondamentaux, il n'y était pas parvenu en effectuant des séries d'observations. Il s'était contenté d'élaborer un raisonnement purement intuitif pour expliquer les hypothèses de Parménide, qui se présentait lui-même comme l'un des philosophes de l'école pythagoricienne. Une suite de noms prestigieux apportait donc sa caution à cette doctrine, qui datait d'environ deux siècles, s'il fallait en croire la tradition. Au milieu du XX^e siècle de notre ère, le philosophe Henri Bergson a parfaitement analysé le comportement d'Aristote en cette occasion. « *Notre esprit a une irrésistible tendance à considérer comme plus claire l'idée qui lui sert le plus souvent* ». Les idées défendues

par de célèbres savants durant de longues années, sont peu à peu valorisées sans réelle justification et finissent par provoquer l'inertie de ceux qui pourraient avoir besoin de les critiquer. En faisant son choix, Aristote avait ignoré les théories atomistes de Leucippe et de Démocrite. Evidemment, même si elles définissaient la notion d'atome, ces théories étaient loin de faire allusion aux particules qui constituent l'univers, telles qu'elles sont décrites dans la physique contemporaine. Mais elles avaient l'avantage de proposer l'image d'une composition discontinue de la matière, où les atomes étaient séparés les uns des autres par des espaces de vide. Malheureusement Platon, dont Aristote avait longtemps suivi l'enseignement, détestait Démocrite. Il avait même souhaité que tous les écrits de ce dernier, fussent brûlés, car les opinions matérialistes que contenait cette œuvre, s'opposaient radicalement à sa théorie des idées. En effet, rejetant le matérialisme, Platon, en décrivant l'allégorie de la caverne, avait considéré que les entités immatérielles et immuables représentant les formes intelligibles, constituaient l'unique et vraie réalité. Tout naturellement, Aristote adopta la doctrine de son maître en philosophie, au moment de décrire sa conception de l'univers. L'œuvre qu'il rédigea en suivant cette inspiration, s'imposa, par la suite, comme le principal recueil des connaissances de l'antiquité. Son influence prépondérante sur la pensée, tout au long du Moyen-âge et même au-delà, rejeta dans l'ombre ces théories atomistes, qui admettaient l'existence de discontinuités dans la matière. On peut même penser qu'en proposant de définir l'être comme une substance, il fut à l'origine de l'apparition du « *phlogistique* » ou du « *calorique* » qui remplaçaient par des substances, des phénomènes dus à des réactions chimiques ou à des mouvements de particules. Les théories atomistes furent donc obligées de franchir l'obstacle que constituait rétrospectivement l'autorité d'Aristote, avant d'être adoptées, au début du XIX^e siècle, par l'ensemble des physiciens et des chimistes. Finalement, l'œuvre scientifique d'Aristote est très vaste mais elle se contente de fournir des analyses qui ne dépassent pas l'observation quotidienne des hommes. Ainsi, ses idées à propos du mouvement restent cantonnées à ce que chacun pense ressentir intuitivement dans son expérience immédiate. La pensée d'Aristote débouche sur une interprétation erronée des mécanismes de l'univers, parce qu'elle se contente d'être contemplative et nous propose une représentation du monde fondée sur une collection d'idées intemporelles, sans recours à l'expérimentation, que les Grecs de l'antiquité ont majoritairement ignorée.

III-9- Eudoxe et la définition de la proportionnalité :

Dans le domaine des mathématiques, le contemporain de Platon s'appelait Eudoxe. Né en 408 AEC, à Cnide une cité de la pointe de la Carie, presque île de l'Asie mineure, située au Nord de l'île de Rhodes, il y mourut à l'âge de 53 ans. Il correspondait certainement avec Platon et son « *Académie* ». Il fut le premier à définir rigoureusement l'égalité entre deux rapports, de cette façon : « *si on considère quatre grandeurs a, b, c et d, le rapport a/b est égal au rapport c/d, si et seulement si, il est possible d'établir les trois relations suivantes, en utilisant deux nombres entiers quelconques m et n* » :

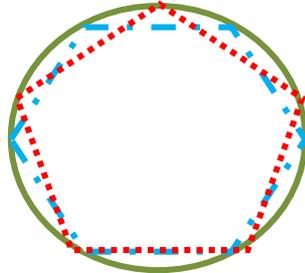
1. $mc > nd \rightarrow ma > nb$
2. $mc = nd \rightarrow ma = nb$
3. $mc < nd \rightarrow ma < nb$

Par la même occasion, il fut donc le premier à donner une définition des proportions, capable de s'appliquer à toutes les grandeurs et qui ne fut plus jamais remise en question par la suite.

Mais il fut également l'inventeur de la « *méthode d'exhaustion* », qui peut être décrite ainsi, dans le cas des surfaces : si nous considérons une figure dont on veut déterminer

l'aire, A , il est toujours possible d'inscrire dans cette surface, un polygone possédant n côtés, dont on sait calculer l'aire Sn . La différence entre A et Sn peut être réduite à volonté, en augmentant n , le nombre de côtés du polygone.

La figure suivante offre une illustration de cette méthode, dans le cas simple d'un cercle :



On constate sur cette figure que : $S_5 < S_6 < A_{\text{aire du cercle}}$

Eudoxe proposait aussi d'appliquer sa « méthode d'exhaustion » aux cas des volumes en trois dimensions. On ne peut s'empêcher de penser que ce raisonnement, bien qu'il ignorât la notion de limites que les Grecs de l'antiquité n'avaient pas imaginée, préfigurait certaines des intuitions qui allaient aboutir à la création du calcul différentiel, au XVII^e siècle de notre ère, environ deux millénaires plus tard.

III-10- La création d'Alexandrie :

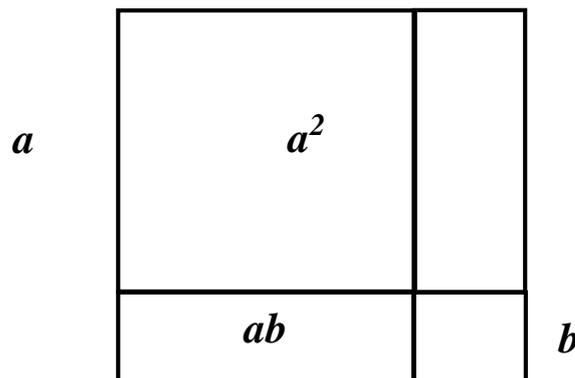
En 331 AEC, Alexandre qui venait de conquérir l'Égypte, décida d'édifier, entre le lac Maréotis et l'île de Pharos, au Nord-Ouest du delta du Nil, une cité qui allait porter son nom. Mais il mourut à Babylone, le 11 juin 323 AEC, et l'Égypte fut ensuite dirigée, jusqu'en l'an 30 de notre ère, par la dynastie de Lagides, dont chacun des quinze rois s'appela Ptolémée. Ces souverains donnèrent à cette ville le nom d'« Alexandrie », et ils en firent la capitale de l'Égypte. Elle devint rapidement le principal centre de la culture hellénistique, et cette situation dura pratiquement jusqu'à la chute de l'Empire Romain.

III-11- Euclide :

Ainsi, même si on ignore pratiquement tout de la vie d'Euclide, on sait qu'il donna des cours au sein du « Musée », l'institution que le roi Ptolémée I^{er} avait créée à « Alexandrie ». On pense qu'Euclide y exerça une activité d'enseignant jusqu'à sa mort, survenue vers 265 AEC. Son nom est resté connu de la postérité, parce qu'il fut le premier à rassembler l'ensemble des connaissances mathématiques de son époque, en rédigeant « les *Eléments* », un ouvrage composé de treize livres. Les quatre premiers sont consacrés à la géométrie : ils décrivent les notions élémentaires et les propriétés fondamentales qui permettent de caractériser les droites, les cercles, les triangles et les rectangles. Le livre I, en particulier, contient vingt trois définitions, cinq postulats et dix axiomes qui constituent les fondations de tout ce qui est développé dans la suite de l'ouvrage. Euclide donne d'abord un ensemble de définitions, dont on peut citer, à titre d'exemples, celle de la droite : « la ligne droite est celle qui gît également entre ses points », et celle du cercle : « le cercle est une figure plane enfermée par une ligne appelée circonférence, telle que les segments tirés d'un point interne à celle-ci, sont tous égaux », etc... Les postulats, qui viennent ensuite, doivent être admis comme des principes à partir desquels les autres propositions sont ensuite établies. Les axiomes

proposent des énoncés qui peuvent être universellement acceptés comme celui-ci, par exemple : « *Deux quantités égales à une même troisième, sont égales entre elles* ». On constate surtout, dans ces quatre premiers livres, que les démonstrations des résultats, que nous considérerions aujourd'hui comme faisant partie de l'algèbre, font appel à des raisonnements impliquant la géométrie. Cette remarque ne nous étonne absolument pas car, vivant au XXI^e siècle, nous savons qu'il fallut attendre le IX^e siècle de notre ère, soit plus d'un millénaire après la publication « *des Eléments* » d'Euclide, pour que fût publié le traité écrit par Al-Kowarismi. Ce savant arabe y expliquait comment transformer une équation du premier ou du second degré, sous une forme telle qu'elle corresponde à un type dont il savait trouver les racines. Il nomma ce procédé en utilisant le terme « *Al jabr* », signifiant « *réduction* » en Arabe. C'est ce mot qui fut retenu par la suite, pour désigner « *l'algèbre* ». L'algèbre était donc totalement inconnue des philosophes de l'Antiquité, de même que la numération dans laquelle il existe un graphisme spécifique, appelé « *chiffre* », traduction du mot arabe qui se prononce « *cifra* ».

Ainsi, du temps d'Euclide, l'identité remarquable suivante : $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$, était démontrée de cette façon : « *Si une droite est coupée à volonté, le carré de la droite entière est égal aux carrés des segments et à deux fois le rectangle contenu sous les deux segments* ». Cette démonstration géométrique peut être visualisée simplement grâce au schéma porté ci-dessous :



Les livres V et VI « *des Eléments* » d'Euclide, reprennent les travaux d'Eudoxe de Cnide sur les proportions, afin d'énoncer les propriétés que doivent posséder des figures planes pour être semblables. Les livres VII à IX s'intéressent aux propriétés des nombres. Les nombres pairs, impairs, premiers et composés y sont définis et leurs propriétés sont présentées. Euclide y décrit aussi la méthode qui permet de trouver le plus grand commun diviseur de deux nombres.

Il démontra enfin qu'il existe une infinité de « *nombres premiers, p* », sachant qu'un tel nombre p est un entier positif, supérieur ou égal à 2, qui n'est divisible que par 1 ou par lui-même. Si la suite des « *nombres premiers, p* » n'est pas infinie, on peut savoir combien ils sont : soit n leur nombre. Il est alors possible de les repérer chacun par un indice : p_1, p_2, \dots, p_n avant de faire leur produit P . On considère ensuite le nombre : $N = P + 1$. Si N est un nombre premier, on aboutit à une contradiction car il aurait dû déjà figurer dans la liste des n « *nombres premiers, p* ». Si N n'est pas un « *nombre premier* » il est divisible par un nombre premier q , mais on aboutit, là encore, à une contradiction car q n'appartient pas à la liste : p_1, p_2, \dots, p_n puisqu'aucun de ces

entiers ne peut être un diviseur de : $N = P + 1$. C'est une démonstration par l'absurde, prouvant que l'hypothèse de départ, supposant qu'il pouvait exister un nombre fini, n , de « nombres premiers, p », est fausse.

Le livre X s'intéresse aux grandeurs incommensurables, découvertes par les pythagoriciens. Enfin, les trois derniers livres étudient certaines figures remarquables de la géométrie dans l'espace : les pyramides, les cônes, les cylindres et les sphères.

III-12- L'œuvre d'Archimède en mathématiques:

Archimède naquit en 287 AEC à Syracuse, en Sicile, où il mourut en 212 AEC, tué par le glaive d'un légionnaire romain, lors de la prise de la ville par le consul Marcellus. Bien qu'il ait accompli une œuvre très importante en physique, il est également considéré comme le dernier des grands mathématiciens de cet « âge axial ». Evidemment, comme nous l'avons déjà montré en parlant d'Euclide, l'essentiel de ses travaux porta sur la géométrie. Il s'intéressa au calcul de plusieurs aires : celles du cercle, d'une partie de parabole, ou d'un morceau de spirale. Il chercha aussi à déterminer le volume d'une sphère, d'un cylindre coupé par un plan quelconque, d'un fragment de parabolöide, etc ... Pour faire ces calculs, il proposa une méthode laissant entrevoir la démarche qui sera utilisée bien plus tard, au XVII^e siècle, pour inventer le calcul différentiel. En utilisant, la « méthode d'exhaustion », élaborée par Eudoxe, un siècle auparavant, il démontra que le volume d'une sphère vaut d'une part, quatre fois celui du cône ayant pour base l'un des grands cercles de cette sphère et pour hauteur son rayon, mais aussi d'autre part, les deux tiers du volume du cylindre qui la contient exactement. On a pu établir, plus tard que ces démonstrations permettent d'établir que le volume de la sphère est égal à : $(\frac{4}{3})\pi R^3$, si R désigne son rayon. Mais Archimède est également connu pour avoir donné la meilleure estimation du nombre irrationnel π , au cours de l'Antiquité. Ayant, en effet entrepris de déterminer les périmètres respectifs de polygones réguliers inscrits dans un cercle, ou circonscrits à ce même cercle, il donna une valeur approximative de π telle que : $\frac{223}{71} < \pi < \frac{22}{7}$.

III-13-L'astronomie :

La majorité des espèces vivantes que nous côtoyons, sont sensibles à l'alternance du jour et de la nuit, ainsi qu'à la succession des saisons. On imagine sans peine que les premiers humains connaissaient déjà l'importance du rôle joué par le soleil sur le climat, et savaient admirer la beauté des ciels étoilés. Mais ils furent certainement contraints d'accorder encore plus d'attention au cycle des saisons, dès qu'ils commencèrent à utiliser l'agriculture pour se nourrir. Or, tout au long des saisons, la course du soleil dans le ciel, varie de jour en jour. On pense que les hommes de la période du néolithique, qui créèrent les dolmens et les alignements de menhirs, que nous voyons encore aujourd'hui, le firent dans l'espoir de repérer avec une bonne exactitude, les mouvements du soleil. En effet, une forte proportion de ces vestiges, est orientée vers le soleil levant, signe de l'intérêt qu'éprouvaient ceux qui les ont érigés, pour la trajectoire de l'astre du jour dans le ciel. Le site de Stonehenge en Grande Bretagne constitue l'exemple le plus remarquable de ces monuments, mais on a pu trouver aussi, sur certains mégalithes datant de 5000 ans AEC à 2500 ans AEC, les représentations gravées de certaines constellations comme la Grande Ourse ou la Petite Ourse. Progressivement, en scrutant les déplacements du soleil ou de la lune, les hommes sont

parvenus à déchiffrer la chronologie qui règle le retour des saisons. Ils ont alors mis au point des calendriers pour diffuser largement ces nouvelles connaissances dans la population. L'observation du ciel offrait désormais une possibilité d'envisager l'avenir. Ceux qui maîtrisaient cette pratique, eurent vite fait de rentabiliser cette faculté, en développant l'astrologie comme outil de prédiction pour imaginer finalement des religions dont ils furent les prêtres.

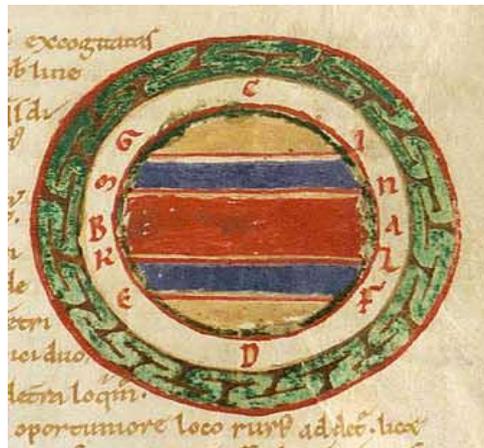
Les premiers éléments d'astronomie du Moyen-Orient, apparurent évidemment dans les deux plus anciennes civilisations de cette région, à la fin du II^e millénaire AEC. Autour de cette époque, les Egyptiens inventèrent le calendrier de 365 jours. Les astronomes babyloniens, pour leur part, avaient déjà décrit précisément les mouvements du soleil et de la lune. Ils avaient su distinguer les étoiles des planètes dont ils avaient aussi repéré les trajectoires respectives. Ils avaient enfin divisé le zodiaque en 12 signes, s'étendant chacun sur un arc de 30 degrés dans le ciel.

III-14- Les astronomes de l'âge axial :

Vers la fin du VII^e siècle AEC, les astronomes grecs avaient établi la distinction entre étoiles et planètes. Ils savaient que la lumière de la Lune est due à son éclairage par le Soleil. Ils en avaient déduit que les éclipses de Soleil sont provoquées par l'interposition de la Lune devant le Soleil tandis que les éclipses de Lune sont dues à son passage dans l'ombre de la terre.

III-15-Parménide :

On pense que Parménide d'Elée, qui vécut de 515 AEC à 450 AEC, fut le premier à affirmer que la terre est sphérique. Il y distingua cinq zones climatiques représentées sur le dessin reproduit ci-dessous : deux zones glacées, colorées en jaune, à chaque pôle, puis deux zones tempérées de couleur bleue, de part et d'autre d'une zone torride, rouge, à cheval sur l'équateur.

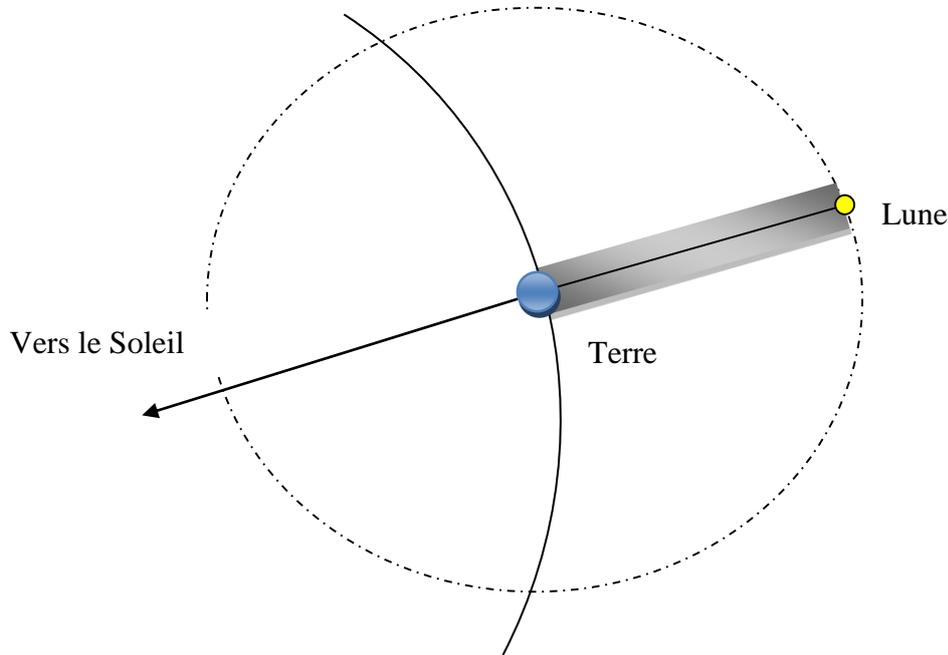


Représentation de la sphère terrestre décrite par Parménide d'Elée

III-16-Aristarque, premier découvreur de l'héliocentrisme :

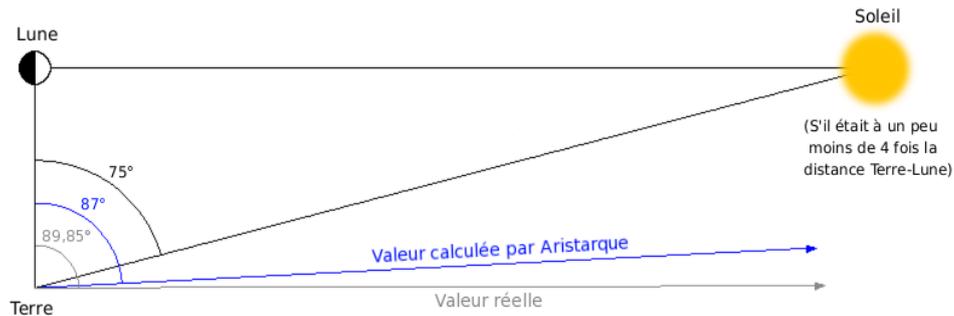
Aristarque né à Samos en 310 AEC, fut le premier à proposer une théorie de l'héliocentrisme, vers 280 AEC, avant de mourir en 230 AEC. Cherchant à décrire les

mouvements respectifs de la Terre et de la Lune, par rapport au Soleil, il observa d'abord soigneusement les éclipses de Lune. A l'époque, il était déjà couramment admis que ce phénomène était dû au passage de la Lune, dans l'ombre que crée la Terre dans la direction opposée à celle qui la relie au Soleil, comme le montre le schéma suivant :



Après avoir réalisé toute une série de mesures, Aristarque affirma que, lors d'une éclipse, la Lune est contenue trois fois dans l'ombre de la Terre. Il en tira la conclusion que le diamètre de la Terre (DT) devait être égal à trois fois celui de la Lune. Il poursuivit ensuite ses travaux en déterminant l'angle sous lequel il voyait la Lune depuis la Terre : il trouva $0^{\circ} 31'$. Cela signifiait que l'arc mesurant $0^{\circ} 31'$ de l'orbite lunaire, avait une longueur égale à $1/3$ du diamètre terrestre, (DT). Il considéra ensuite que cette orbite lunaire était un cercle dont le centre coïncidait avec celui de la Terre. Il put ainsi utiliser certaines notions de trigonométrie, que les Babyloniens avaient inventées avant de les transmettre aux Grecs. En procédant de la sorte, il parvint à déterminer la distance séparant la Terre de la Lune. Il trouva qu'elle était égale à 30 DT, soit 60 rayons terrestres. En prenant la valeur du rayon de la Terre, calculée par Eratosthène quelques années plus tard, ou même celle que nous connaissons aujourd'hui, Aristarque aurait trouvé que la distance de la Terre à la Lune valait environ 380 000 km, ce qui aurait représenté une estimation remarquablement proche de la réalité pour l'époque.

Pour déterminer la distance entre la Terre et le Soleil, Aristarque mesura ensuite l'angle entre la direction Terre-Lune et la direction Terre-Soleil, au moment exact où la Lune apparaît dans son quartier, c'est-à-dire quand, dans le modèle héliocentrique, la droite reliant le centre de la Terre à celui de la Lune est perpendiculaire à celle reliant le centre de la Lune à celui du Soleil, comme le montre la figure suivante : Cette théorie supposait évidemment que la Terre est en mouvement sur elle-même et autour du soleil.

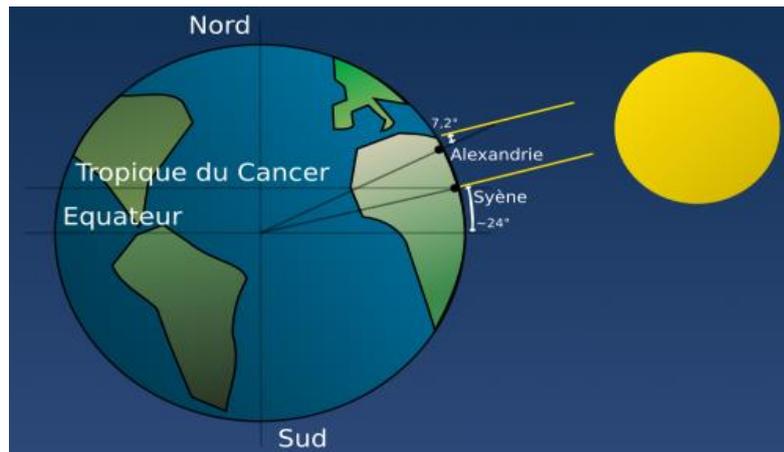


Détermination de la distance Terre-Soleil, connaissant la distance Terre-Lune, par Aristarque de Samos

Malheureusement, à l'époque d'Aristarque, il n'existait ni horloge ni montre et la détermination des durées était très imprécise. Par ailleurs, aucun outil capable de fournir une évaluation exacte des angles, comme le sextant qui n'apparaîtra qu'au XVIII^e siècle, n'avait encore été construit. Les calculs d'Aristarque de Samos furent donc entachés d'erreurs importantes, comme il apparaît sur la figure précédente. Ce modèle héliocentrique fut rejeté par la communauté scientifique de cette époque, qui pensait, en particulier, que si la Terre tournait sur elle-même, tous les objets non fixés au sol, s'envoleraient vers l'ouest. On sait que cet argument fut aussi opposé, bien plus tard, à Galilée qui sut le réfuter brillamment, avant qu'Isaac Newton ne proposât la première théorie qui rendait compte des effets de la gravitation.

III-17- Eratosthène mesure la circonférence de la Terre :

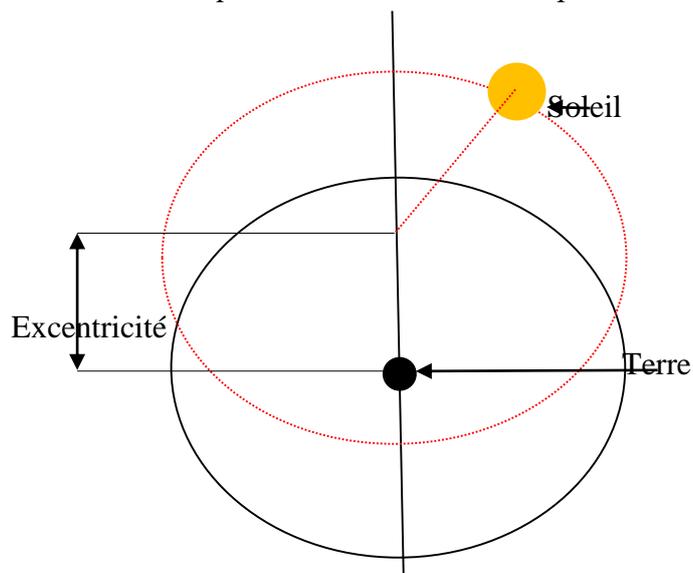
Eratosthène est né à Cyrène (aujourd'hui Chahat en Lybie) vers 276 AEC. Le roi d'Égypte Ptolémée III le nomma précepteur de son fils Ptolémée IV et directeur de la bibliothèque d'Alexandrie vers 245 AEC. Finalement, il mourut dans cette ville vers 194 AEC. Il est célèbre pour avoir mesuré, pour la première fois et avec une précision assez remarquable, la circonférence de la Terre. Pour y parvenir, Eratosthène opéra en deux étapes. Il se plaça d'abord, à Alexandrie, au moment où le soleil était à son zénith, un jour de solstice d'été, et il mesura l'ombre portée par un gnomon de hauteur connue. Un simple calcul de trigonométrie, lui permit alors de déterminer l'angle entre la verticale et les rayons solaires, à cet instant précis, dans cette ville. Il trouva que cet angle est égal à $7,2^\circ$. Ensuite, un an plus tard exactement, il reproduisit la même expérience à Syène (aujourd'hui Assouan). Il remarqua que, dans ces conditions, le gnomon ne créait pas d'ombre. Il nota en outre, que lorsque le soleil atteignait son apogée, en ce jour du solstice d'été, il n'y avait plus aucune ombre au fond des puits, dans cette ville. Cela signifiait qu'à ce moment là, à Syène, les rayons du soleil se confondaient parfaitement avec la verticale. Eratosthène supposa alors que tous les rayons du soleil qui frappaient la terre étaient parallèles, ce qui est encore admis de nos jours par tous ceux qui s'intéressent aux phénomènes liés à l'ensoleillement. Comme le montre le dessin ci-dessous, il put en déduire que, si la Terre est une sphère, l'arc formé entre Syène et Alexandrie, intercepte un angle égal à $7,2^\circ$, dont le sommet est situé au centre de cette sphère. Il mesura ensuite la distance qui séparait Syène d'Alexandrie, et il trouva 5000 stades. Le tour de la Terre correspondant à 360° , soit 50 fois $7,2^\circ$, il calcula la circonférence de la Terre et découvrit ainsi qu'elle était égale à $50 \times 5000 = 250\,000$ stades, ce qui correspond, en unités de longueur de notre époque, à 39 375 km.



Les mesures actuelles, effectuées avec des moyens incomparablement plus sophistiqués, donnent : 40 075,2 km. Notons qu'en 1492, quand il cherchait à évaluer la durée du voyage qu'il allait entreprendre en se basant sur les estimations de Pierre D'Ailly, Christophe Colomb pensait que la circonférence de la Terre mesurait 30 000 km. Cet écart montre à quel point les connaissances, établies pendant l'Antiquité, avaient été oubliées à la fin du Moyen Age.

III-18- Hipparque :

Le dernier des grands astronomes, qu'on peut encore situer dans l' « âge axial », s'appelait Hipparque. Il naquit en 190 AEC, à Nicée, une ville située au Nord-Ouest de l'Asie mineure. Il est connu pour avoir rédigé les premières tables trigonométriques. Il s'est aussi intéressé aux mouvements respectifs de la Terre, de la Lune et du Soleil. Depuis longtemps, les astronomes avaient remarqué que les saisons ont des durées inégales. Ainsi dans l'hémisphère Nord, l'été est actuellement la saison la plus longue tandis que l'hiver est la plus courte. Hipparque proposa un modèle susceptible d'expliquer ce phénomène. Il supposa que la Terre n'était pas au centre de l'orbite circulaire du Soleil, mais décalée de ce point d'une distance qu'il appela « l'excentricité », dont il calcula la valeur pour expliquer que le Soleil semblait se déplacer plus vite en hiver qu'en été. Ce modèle est représenté sur la figure suivante :



Sur cette figure, la taille de l'excentricité a été fortement exagérée

Il découvrit aussi que l'axe de la Terre est animé d'un mouvement de précession qui modifie sa direction d'environ 50'' par an. Il lui faut donc 26 000 ans pour effectuer un tour complet. Ce déplacement provoque une lente variation des positions apparentes de tous les astres dans le ciel, au cours des siècles. Après les travaux d'Hipparque, il fallut attendre plus de deux siècles avant qu'un nouvel astronome, appelé Claude Ptolémée, propose une analyse des mouvements apparents des planètes et des étoiles.

III-19- Les débuts de la physique :

Comme nous l'avons déjà souligné, à partir du moment où la notion de raisonnement logique se répandit dans leurs groupes de réflexions, de nombreux philosophes tentèrent d'en élargir le champ d'application à des domaines de connaissance plus proches des préoccupations quotidiennes que les mathématiques. Ainsi, certains cherchèrent à établir des raisonnements logiques et cohérents pour élucider les propriétés générales de la matière et des phénomènes observables. Ils proposèrent ainsi les premières théories qui avaient pour objectif de fonder les bases de ce que nous appelons « *la physique* » dans notre langage moderne.

L'œuvre d'Aristote eut une influence décisive sur la pensée de ceux qui lui succédèrent, durant de nombreux siècles. Nous avons déjà pu constater que, dans le domaine de la physique, il privilégia les conceptions de Parménide et de Platon quand il prétendit que la nature toute entière était constituée à partir de quatre éléments fondamentaux : le feu, l'air, l'eau et la terre. Il fit un choix entre cette hypothèse et celle proposée par Leucippe de Milet et son disciple Démocrite d'Abdera qui avaient proclamé que la matière est formée d'atomes. Evidemment, il n'était pas possible, à cette époque, de vérifier ou de réfuter l'une ou de l'autre de ces deux théories, en utilisant des résultats d'observations. Il faut d'ailleurs souligner qu'il n'existait pas et qu'il n'y a toujours pas aujourd'hui, de recette avérée pour découvrir la vérité sur le monde qui nous entoure, en utilisant uniquement l'intuition humaine. On ne connaît pas de procédure intellectuelle qui permettrait d'engendrer automatiquement une hypothèse à partir d'une série d'étapes expérimentales. On peut simplement constater qu'Aristote, sans doute pour les raisons que nous avons évoquées précédemment, choisit de privilégier une conception de la structure de la matière, qui n'a permis de déboucher ultérieurement, sur aucune avancée des connaissances dans ce domaine.

III-20- Les premières théories atomiques :

Dès le V^e siècle AEC, Leucippe né à Milet, et Démocrite né à Abdera, tous deux vers 460 AEC, émirent l'hypothèse que la matière est formée d'atomes. Ils soutenaient que tous les corps qui nous entourent, sont composés de grains qu'ils avaient désignés sous le nom d'« *ἄτομος* », venant du grec ancien et signifiant : « *qui ne peut être divisé* ». En écrivant son œuvre : « *De rerum natura* », en 60 AEC, le poète latin Lucrèce donna une remarquable description du mouvement de ces atomes : « *Si tu penses que les atomes, principes des choses, peuvent trouver le repos et dans ce repos engendrer toujours de nouveaux mouvements, tu te trompes et t'égares loin de la vérité. Puisqu'ils errent dans le vide, il faut qu'ils soient tous emportés, soit par leur pesanteur propre, soit par le choc d'un autre corps. Car s'il leur arrive dans leur agitation de se rencontrer avec choc, aussitôt ils rebondissent en sens opposés: ce qui n'a rien d'étonnant puisqu'ils sont corps très durs, pesants, denses, et que rien derrière eux ne les arrête* ». Il faut évidemment éviter l'anachronisme qui consisterait à penser que les atomes imaginés par Leucippe, Démocrite et Lucrèce, étaient les mêmes que ceux qui s'assemblent dans les molécules de la chimie moderne. Ces philosophes ne connaissaient ni la structure des

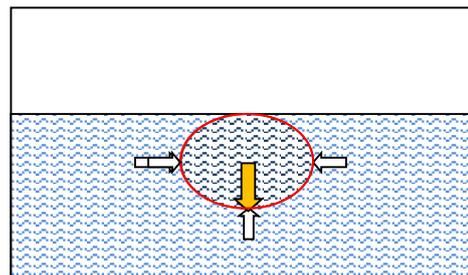
atomes, ni les mécanismes qui leur permettent de former des liaisons entre eux. Il est bien plus probable que Leucippe et Démocrite avaient élaboré leur théorie, en utilisant certaines observations macroscopiques pour s'appuyer sur des conceptions beaucoup plus proche de celles qui fondaient les mythologies de leur époque, que des préoccupations de la science moderne. Mais ils avaient eu l'intuition, qui fut combattue tout au long du XVIII^e siècle et encore au tout début du XIX^e siècle, que la matière est formée de particules.

III-21- La découverte de l'électricité :

Il semble que ce fut Thales de Milet, qui tenta le premier d'interpréter l'expérience suivante : quand un bâton d'ambre a été préalablement frotté vigoureusement avec un morceau de tissus en laine, il peut attirer de petits copeaux d'un matériau léger ou dévier la trajectoire de chute d'un filet d'eau. On sait aujourd'hui qu'en subissant cette friction, le bâton d'ambre se charge d'électricité statique qui crée un champ capable d'exercer une force d'attraction sur de petits objets ou un filet d'eau. Le terme « *électricité* », qui désigne ce phénomène, vient directement du mot grec « *ηλεκτρον* », qui désigne l'ambre jaune utilisée pour réaliser cette expérience. C'est ce même terme qui fut adopté, bien plus tard, pour désigner les particules élémentaires qui forment les nuages chargés négativement qui entourent les noyaux des atomes.

III-22- Les découvertes d'Archimède en physique :

Enfin, Archimède, dont nous avons déjà évoqué les travaux en mathématiques, contribua également à l'avancée des connaissances en physique. Il inventa la vis qui porte son nom. Elle permet de transporter de l'eau ou des grains de très petite taille, d'une position basse vers un emplacement plus élevé. Par ailleurs, pour calculer la longueur des trajets, il construisit le premier odomètre : une roue, en contact avec le sol, entraîne, par un jeu de pignons, un plateau circulaire où sont disposées des cases, contenant chacune une bille. L'appareil est conçu de telle façon qu'à chaque tour de roue, une bille tombe du plateau dans un réservoir disposé en dessous. Au bout du chemin, le nombre de billes recueillies au fond du réservoir permet de mesurer la distance parcourue. Il s'intéressa aussi à la manipulation des leviers et des palans, dont il détermina les règles d'utilisation. Lors du siège de Syracuse par les Romains, il disposa une série de miroirs sur le rivage pour concentrer les rayons du soleil sur les voiles des navires des assaillants, afin d'y mettre le feu. En hydrostatique, la légende prétend qu'il s'écria « *ευρηκα* » après avoir découvert la poussée qui porte son nom. Dans un liquide au repos, en équilibre dans un réservoir, comme il apparaît sur la figure ci-dessous, on délimite un volume V . Ce volume est lui-aussi en équilibre, ce qui signifie qu'il ne tombe pas. Son poids P , représenté par la flèche jaune sur le schéma, est donc équilibré par l'ensemble des forces que le reste du liquide exerce sur lui. Quand on remplace ce volume V , par un solide S de même volume, le reste du liquide exerce encore le même ensemble de force, d'où le théorème : « *Tout corps plongé dans un liquide, en reçoit une poussée ascendante égale au poids du liquide déplacé* ».



IV - La fin de l' « âge axial »

IV-1- Après les guerres puniques, les Romains conquièrent l'empire :

Au cours de la seconde guerre punique, alors qu'Hannibal résidait déjà depuis trois ans à Capoue, le jeune roi de Syracuse décida de s'allier au général carthaginois. Il se rangea ainsi dans le camp des adversaires de Rome. En représailles, en 214 AEC, le consul Marcus Claudius Marcellus vint assiéger la cité grecque, qui parvint à résister pendant plus d'un an mais finit par succomber en 212 AEC. Archimède, qui avait activement participé à la défense de Syracuse, fut tué par un légionnaire, au cours du pillage qui suivit l'entrée des Romains dans la ville. Dix ans plus tard, la seconde guerre punique s'achevait par la victoire totale de Rome et la destruction de Carthage, en 202 AEC. Délivrés de leur ennemi le plus dangereux et désormais maîtres de la totalité de l'Italie, ainsi que de vastes régions d'Afrique du Nord et d'Espagne, les Romains entreprirent d'étendre leur influence vers l'Orient, en commençant à s'attaquer à certains territoires grecs dès le II^e siècle AEC, afin de poursuivre Hannibal jusqu'à son suicide. Durant les décennies qui suivirent, les royaumes qui formaient la Grèce antique, furent mises, les unes après les autres, sous la tutelle de proconsuls venus de Rome. Même si Alexandrie resta pendant plusieurs siècles encore, la capitale intellectuelle du monde méditerranéen, on n'y observa plus de progression significative des théories scientifiques, après la mort d'Archimède. Ainsi, la conquête de Syracuse coïncida avec la fin de l' « âge axial », dans cette partie du monde.

IV-2- L'évolution de la pensée dominante dans l'empire romain :

Dès qu'ils furent confrontés à la civilisation grecque, ceux qui allaient devenir les maîtres du monde occidental, furent éblouis par les connaissances scientifiques et les doctrines philosophiques qui la caractérisaient. Nous savons que des personnages célèbres de la république moribonde ou de l'empire naissant, comme Lucrèce (de 98 à 55 AEC), Cicéron (de 106 à 43 AEC), Jules César (de 100 à 44 AEC), Sénèque (de 4 AEC à 65 de notre ère) ou Pline l'ancien (de 23 à 79 de notre ère), pour ne citer qu'eux, s'exprimaient couramment en Grec. Mais si les Romains ont admiré les travaux des mathématiciens, des astronomes, des physiciens et des philosophes grecs, qui les avaient précédés, ils ne se sont pas préoccupés d'augmenter la somme des connaissances dont ils avaient hérité. Dans les cités grecques, dont la taille était relativement réduite, les citoyens se passionnaient pour les controverses et les débats sur la connaissance de l'univers. A Rome, les dirigeants ne cessèrent de vouloir étendre leur empire, tant qu'ils disposèrent d'une puissance militaire suffisante. Dans la plupart des cas, un jeune aristocrate romain était animé par l'ambition d'être nommé proconsul dans une région lointaine, récemment conquise. C'était en effet l'un des plus sûrs moyens de s'enrichir rapidement à l'époque. Mais plus le nombre des peuples conquis par l'empire augmentait, plus la population de la capitale s'accroissait. Cherchant alors à séduire les foules qui y séjournaient, de nombreuses religions se faisaient concurrence au risque de perdre leur crédibilité. Ainsi Lucrèce écrivait, dans « *De natura rerum* » : « *Tantum religio potuit suadere malorum* » (la religion provoque tant de crimes), tandis que Cicéron aimait rappeler que Caton l'ancien : « *s'étonnait qu'un haruspice n'éclatât pas de rire à la vue d'un autre haruspice* ». Dans son célèbre livre « *Histoire du déclin et de la chute de l'Empire Romain* », Edward Gibbon, le grand historien du XVIII^e siècle, (1737-1794), écrivit, à propos des religions dans l'Empire Romain : « *Les différents cultes admis dans l'Empire étaient considérés par le peuple comme également vrais, par le philosophe comme également faux et par le magistrat comme également utiles* ».

C'est alors que certaines doctrines philosophiques se propagèrent pour remplacer des religions qui avaient perdu toute crédibilité. C'est ainsi, qu'au cours du dernier siècle AEC et du premier siècle de notre ère, l'épicurisme se répandit progressivement d'Alexandrie à Rome. Né à Athènes en 341 AEC, Epicure y avait fondé, à partir de 306 AEC, une école philosophique, appelée : « *Le jardin* ». Se plaçant résolument en contradiction avec les théories de Platon, il avait proposé d'adopter une conception totalement matérialiste de l'univers. Sa doctrine consistait à rechercher le bonheur en essayant d'atteindre l'ataraxie, la tranquillité de l'âme. Denis Huisman (philosophe français, né le 13 avril 1929 à Paris), la décrit ainsi : « *L'épicurisme propose un idéal de bonheur individuel et une vision du monde où ni les dieux, ni même la mort, ne sont à craindre, car si tout l'univers est composé d'atomes indestructibles, l'homme ne doit rien à l'initiative des dieux* ». Cicéron a écrit son admiration pour un de ses amis, adepte de cette philosophie : « *Quelle nombreuse élite d'amis il rassemblait dans sa maison. Quels intimes rapports d'affection mutuelle dans ce commun attachement au maître ! Et cet exemple est encore suivi par tous les épicuriens* ». Sénèque aussi, bien qu'il fut l'un des chefs de file du stoïcisme, rédigea des textes où il manifestait l'admiration qu'il portait à cette philosophie et à ceux qui s'en réclamaient. Certaines épitaphes, gravées sur plusieurs tombes de cette époque, montrent que cette doctrine matérialiste était alors largement partagée par la population romaine. Pourtant, les chefs politiques les plus épris de rationalité, n'hésitaient pas à cautionner les mythes théologiques devant leur peuple, bien qu'ils fussent parfaitement conscients de leur inanité. Cette attitude des gouvernants, consistant à valider les pratiques religieuses, en dépit de leur intime conviction, cachait une explication relativement simple : ils pensaient que les gens qui croyaient en l'existence d'êtres transcendants, seraient plus naturellement enclins à reconnaître que leurs dirigeants étaient d'une nature supérieure. Les empereurs favorisaient donc l'adoration des dieux par les gens du peuple, parce qu'ils désiraient que ceux-ci les vénèrent eux aussi, répandant même parfois, des rumeurs sur une éventuelle connivence entre telle famille d'aristocrates et la divinité. Evidemment, au fur et à mesure que les populations assujetties devenaient plus nombreuses, certains groupes s'enhardissaient et remettaient en question les autorités de l'empire. En 269 de notre ère, la reine autoproclamée Zénobie, se tailla un royaume qui couvrait la Syrie, la Palestine et l'Égypte. L'empereur Aurélien entreprit de reconquérir ces territoires perdus, mais, au cours des combats qui lui permirent de rétablir sa domination sur l'Égypte, il mit accidentellement le feu à la grande bibliothèque d'Alexandrie. Cette forte diminution du respect des hiérarchies sociales, due à la propagation des idées matérialistes, ne provoquait pas seulement des révoltes militaires. Les dirigeants romains avaient fini par remarquer que des citoyens qui ne respectaient plus les dieux, étaient devenus moins enclins à se prosterner devant leur empereur. Arrivé au pouvoir suprême après quelques combats, Constantin, âgé alors de quarante et un ans, comprit l'importance de promouvoir une religion pour inculquer des notions d'autorité au peuple. Il publia l'édit de Milan, en l'an 313 de notre ère. Bien qu'elle fût encore relativement nouvelle et peu répandue, puisqu'elle concernait moins de 10 % de la population de l'empire, la religion chrétienne obtenait ainsi la reconnaissance du pouvoir en place. On peut penser que cet avantage considérable lui fut accordé d'une part grâce à la conversion de la mère de l'empereur au christianisme, mais aussi, d'autre part, parce qu'elle était compatible avec certaines notions fondamentales de la philosophie platonicienne, radicalement opposée au matérialisme et favorable à l'autoritarisme. En effet, en écrivant le « *Phédon* », Platon avait attribué une âme à chaque individu : « *L'âme ressemble au divin et le corps à ce qui est mortel* ». En rédigeant « *La République* », il avait défendu la nécessité d'obtenir l'obéissance des

citoyens aux injonctions de leurs dirigeants. De la même façon, le christianisme attribuait une âme immortelle à chaque croyant et prêchait aussi le respect de l'autorité : « *Rendez à César ce qui est à César* ». A partir de cette date, les chrétiens firent croître régulièrement leur influence et leur église devint bientôt une administration parallèle qui imposa progressivement sa volonté à l'ensemble des citoyens. Ainsi en 415 de notre ère, l'évêque Cyrille qui dirigeait la population chrétienne d'Alexandrie, suscita des émeutes qui provoquèrent de graves dommages à la bibliothèque de cette ville, parce que ce prélat considérait que les livres de science qu'elle abritait, n'étaient que les manifestations d'un savoir païen.

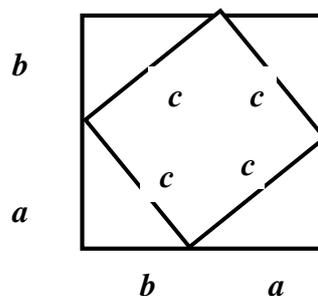
IV-3- La fin de l'empire romain :

A partir du III^e siècle de notre ère, l'arrivée des Huns dans l'Est de l'Europe, poussa certaines populations germaniques à chercher refuge sur le territoire de l'empire romain. Au IV^e siècle, les proconsuls qui gouvernaient les provinces bordées par le Danube ou le Rhin, accordèrent aux Goths, puis aux Francs, contre la promesse d'en protéger les frontières, l'autorisation de s'installer dans ces régions que les Romains contrôlaient exclusivement jusqu'alors. Mais l'irruption de ces nouveaux peuples, provoqua finalement l'effondrement de l'administration impériale. Progressivement, des royaumes barbares s'installèrent dans la partie occidentale de l'empire romain y entraînant la disparition, dans ces régions, de tous les savoirs qu'avait fait apparaître la culture grecque, en mathématique, en astronomie ou en physique. Ainsi, dès la fin du II^e siècle AEC, la culture grecque avait accumulé d'impressionnantes quantités de connaissances. Mais, malgré l'admiration manifestée par les Romains pour cette civilisation, leur conquête coïncida avec la fin des progrès dans le domaine des connaissances abstraites.

V - Le bilan de l' « âge axial » :

Pour tenter d'établir un bilan des progrès de l'argumentation logique pendant cet « *âge axial* », nous pouvons essayer de recenser, tout d'abord, les types de raisonnements mathématiques, rencontrés au cours de l'analyse des travaux que nous avons décrits.

Pour démontrer le théorème de Pythagore, nous avons utilisé un raisonnement direct qui nous a conduits au résultat recherché en calculant tout simplement les surfaces dessinées sur la figure suivante :



En effet, la surface du grand carré, $(a + b)^2$, est égale à la somme des quatre triangles rectangles: $4(ab/2)$, à laquelle on ajoute la surface du petit carré : c^2 .

On peut donc en déduire : $(a + b)^2 - 4(ab/2) = c^2$ soit $c^2 = a^2 + b^2$

La définition de l'égalité entre deux rapports, donnée par Eudoxe, fait appel à un raisonnement par contraposition en montrant qu'une inégalité concernant a et b implique l'existence d'une autre inégalité concernant c et d :

$$\begin{aligned} mc > nd &\rightarrow ma > n \\ mc < nd &\rightarrow ma < nb \end{aligned}$$

Il est aussi possible de considérer que l'invention de la « méthode d'exhaustion », par ce même Eudoxe, est fondée sur une première intuition de ce qui sera ultérieurement considéré comme le raisonnement par récurrence.

Enfin, la démonstration par Euclide, qu'il existe une infinité de « nombres premiers, p », que nous avons déjà décrite en détail précédemment, constitue un exemple de raisonnement par l'absurde.

Ce bref examen d'une série de résultats obtenus au cours de « l'âge axial », montre sans ambiguïté, que les mathématiciens de cette époque maîtrisaient déjà une large panoplie de raisonnements, qui sont encore utilisés et enseignés de nos jours. Pourtant, les savants de cette époque ignoraient le système de numération que nous utilisons actuellement. Ils exécutaient leurs calculs avec des systèmes principalement fondés sur l'utilisation de l'alphabet, dont les Grecs utilisaient les neuf premières lettres pour représenter les chiffres de **1** à **9**, les neuf suivantes symbolisant les premières dizaines. Ainsi **ι**, iota, la dixième lettre de l'alphabet figurait le nombre **10**, et **11** s'écrivait **ια**. Mais la onzième lettre **κ** représentait **20**. Ils ne connaissaient donc pas la notation positionnelle, qui fut répandue en occident, par les savants arabes, plus d'un millénaire plus tard. C'est seulement à partir du II^e siècle **AEC**, qu'ils prirent conscience de la nécessité d'introduire le nombre zéro dans les calculs. Ils utilisèrent alors le symbole « **O** ». Ils avaient pourtant déjà attribué la valeur **70** à la lettre **ο**, omicron. Mais cette lettre était aussi la première du mot **ουδεν**, signifiant : « rien », et aussi de la négation : **ουχ**. Ce symbole « **O** », fut donc choisi en dépit du risque de confusion avec la lettre de l'alphabet qui lui ressemblait. C'est sans doute pourquoi, dans la plupart des textes le signe zéro était toujours surligné d'une barre : **0̄**. Quoi qu'il en fût, en procédant de cette façon, les savants grecs éprouvaient quelques difficultés à effectuer des opérations aussi simples que la multiplication et ils étaient limités dans l'expression des grands nombres. Il est certain que si Pythagore revenait aujourd'hui, il serait stupéfait de voir qu'un enfant de dix ans est capable de calculer sans difficulté, le résultat d'opérations qui lui demandaient de longs efforts. Les mathématiciens de l'antiquité connaissaient essentiellement les nombres entiers et les fractions. Ils avaient découvert l'existence de certains nombres irrationnels, mais ils n'avaient pas réussi à en déterminer la véritable nature et ils n'en avaient donc pas calculé la valeur exacte. Evidemment, ils ignoraient complètement l'algèbre, qui ne fut imaginée qu'un millénaire plus tard par Al-Kowarismi. Ils ne disposaient donc pas encore de la notion de fonction pour représenter par exemple la trajectoire d'un corps en mouvement.

Concernant les domaines extérieurs aux mathématiques, Aristote, pour sa part, avait rassemblé dans des ouvrages comme les « *Analytiques* » ou l'« *Organon* », toutes les méthodes de raisonnement dont il avait pu prendre connaissance au moment où il rédigeait ses travaux. L'œuvre colossale qu'il produisit, laissa une trace si importante qu'elle écrasa le souvenir des théories des autres philosophes grecs de l'antiquité, qui avaient pu exprimer des idées différentes. A partir de la fin de l'« *âge axial* », tout au long de l'empire, du moyen-âge et au-delà, jusqu'au seizième siècle de notre ère, les textes écrits par Aristote, furent considérés comme le principal recueil des productions de la pensée rationnelle au cours de l'antiquité. La justification essentielle de ce succès, se trouve incontestablement dans sa contribution exceptionnelle à la définition des différentes méthodes de raisonnement. Après avoir écrits certains des principaux modes de pensée, il a proposé de les utiliser dans un ordre précis afin d'établir un protocole indispensable pour élaborer un authentique savoir scientifique appelé « *épistémè* » (*επιστημη*). C'est ainsi qu'il a donné une définition détaillée de l'induction qu'il a appelée *επαγωγη*, dans les premiers tomes des « *Analytiques* ». Certes, la quasi-totalité de nos croyances ordinaires, découle inconsciemment de cette forme de pensée. Notre compréhension du monde qui nous environne, se forme généralement en projetant sur des situations inédites, les résultats des observations que nous avons déjà recueillies et qui constituent ce que nous appelons communément notre expérience. Mais l'induction, telle que l'a définie Aristote, constitue, aujourd'hui encore, l'une des étapes essentielles de l'élaboration des sciences. Son objectif consiste à interpréter les enseignements fournis par les expériences, pour énoncer des axiomes sur lesquels sont fondées les chaînes déductives qui forment les discours scientifiques. Evidemment, en décrivant les processus de l'induction, Aristote était resté dans le cadre de ses conceptions intellectuelles. Sa pensée, façonnée par les enseignements de Parménide et de Platon, était fortement influencée par les principes de l'ontologie qui l'incitaient à rechercher essentiellement des substances et leurs attributs. Il vivait aussi à une époque qui ignorait tout des possibilités de l'algèbre, qui fut inventée par Al Kowarismi, plus d'un millénaire après l'achèvement de l'« *Organon* ». Il n'imaginait donc pas que les règles déductives puissent se traduire par des relations mathématiques. Se référant comme à son habitude, aux principes de l'ontologie, Aristote subordonnait la notion de relation, au concept de substance. Le philosophe Henri Bergson a clairement mis en évidence, la différence essentielle entre la science antique et la science moderne. Il a montré qu'elle résidait dans l'opposition des règles qui les animaient : la première était mue par une philosophie du genre, tandis que la seconde repose sur une philosophie de la loi. Certes, la fonction de toute induction, est d'être pourvoyeuse de principes. Mais dans l'antiquité et tout au long du moyen-âge, elle conduisit à des concepts génériques et à des emboîtements de classes. Après la révolution scientifique intervenue durant le XVII^e siècle de notre ère, elle est devenue source de relations mathématiques et de représentations fonctionnelles.

Les savants grecs de l'antiquité, disposaient de théories mathématiques majoritairement géométriques. En cherchant à définir surtout des essences éternelles, ils créèrent une science contemplative qui ne fut jamais confrontée à l'épreuve d'expériences conçues dans le but de vérifier la validité des théories proposées. A l'exception notable des travaux d'Archimède, les découvertes scientifiques n'ont jamais débouché sur des améliorations techniques. Il faut reconnaître que la structure des sociétés de l'époque, ne favorisait pas la diffusion des nouveaux savoirs vers des usages pratiques. L'infime minorité des privilégiés sachant lire et écrire, qui participait à l'élaboration des sciences, était complètement coupée de la foule des travailleurs manuels, composée d'esclave

dans son immense majorité, à l'exception notable de quelques artistes. Quand il déclarait qu'il aurait préféré se suicider plutôt que d'être contraint de travailler de ses mains, Sénèque exprimait parfaitement l'opinion des gens de sa classe, celle des philosophes. Il faut enfin souligner que l'éducation, permettant d'apprendre à lire et à écrire, était réservée à un nombre très restreint d'enfants. Ce phénomène s'accompagnait en outre d'une faible diffusion des textes dont la reproduction était particulièrement difficile. N'oublions pas que la grande invention qui favorisa la Renaissance au XV^e siècle, est due à Gutenberg, qui inventa, en l'an 1454 de notre ère, un procédé d'imprimerie utilisant à la fois une presse mécanique et des caractères mobiles en alliage de plomb et d'antimoine. Cette nouvelle technique très performante par rapport à celles qui existaient jusqu'alors, permit de créer de nouveaux modes de diffusion des connaissances et de l'information, bien plus commodes et surtout très rapides.

Notons enfin, que la majorité des philosophes qui participèrent à l'essor de la civilisation grecque, durant l'« *âge axial* », étaient nés et avaient vécu dans un petit nombre de cités, situées principalement autour de la mer Egée ou dans le Sud de l'Italie. Ils ignoraient évidemment tout des approches intellectuelles concernant la société ou la nature, qui avaient pu être conçues en Inde ou en Chine. Mais ils communiquaient facilement entre eux, quand ils étaient contemporains, et pouvaient même se connaître physiquement. Avec la création de l'empire romain, les distances entre les villes importantes se sont considérablement allongées tandis que Rome, devenue une énorme métropole, attirait beaucoup de talents, éblouis par l'éclat de ses richesses. Ainsi, toutes les conditions défavorables aux études sereines conduisant à l'accroissement des savoirs scientifiques, ont cumulé leurs effets au cours de l'expansion de l'empire romain. Ceux qui pouvaient être intéressés par les sciences, se sont trouvés isolés, trop dilués dans une société indifférente à leurs préoccupations et à leurs travaux, pour que puisse apparaître un effet cumulatif qui aurait permis de poursuivre cet accroissement continu des connaissances, qui avait caractérisé l'« *âge axial* ». Il faut surtout remarquer que la société tout entière se désintéressa progressivement des interrogations que pouvaient lui poser l'univers où elle vivait. Ce phénomène se développa en deux étapes. Tout d'abord, la création de l'empire romain et les conquêtes qu'elle impliquait, firent naître un intérêt prépondérant pour les affaires militaires et l'administration des régions passées sous l'autorité de Rome. Ensuite, à partir du triomphe du christianisme, il n'était plus question d'étudier le fonctionnement d'une nature créée pour les hommes, par un Dieu dont il était sacrilège de vouloir percer les secrets.

VI - Conclusion :

Ce bref exposé de l'émergence de la pensée rationnelle qui a provoqué l'élaboration des premiers discours scientifiques entre le VII^e siècle AEC et le II^e siècle AEC, nous permet de formuler quelques réflexions sur la construction des sciences. Evidemment, la quantité et la qualité des savoirs réunis à la fin de cette époque, peuvent paraître restreintes si on les compare à l'énorme volume des connaissances philosophiques, scientifiques et technologiques accumulées au début du XXI^e siècle. Néanmoins, les savants de cette période de l'Antiquité, sont considérés comme les inventeurs des sciences parce qu'ils ont témoigné d'exceptionnelles intuitions en mathématiques, astronomie et physique, à une époque où la quasi totalité des phénomènes naturels

recevaient une interprétation d'essence religieuse. Pourtant, cette courte histoire de l'« *âge axial* » grec, offre déjà l'exemple de certaines attitudes qui se sont reproduites tout au long de l'évolution de la civilisation occidentale, jusqu'à nos jours. Il est utile de les reconnaître, avec leurs conséquences, chaque fois qu'il s'agit d'évaluer la validité des théories proposées par des scientifiques ou des philosophes. On peut constater tout d'abord, que ces philosophes de l'« *âge axial* » grec, n'avaient pas encore complètement pris en compte l'importance de l'expérimentation dans les raisonnements scientifiques, ce qui les conduisit à favoriser les spéculations théoriques sans se préoccuper de leurs implications pratiques. Ainsi, comme nous l'avons déjà vu, bien qu'il ait défini certains critères de production des raisonnements logiques, Aristote a repris sans aucune discussion, la doctrine de Parménide et de Platon, pour expliquer sa conception de l'univers. En faisant ce choix, il a préféré écouter l'enseignement de son maître en philosophie, et il a délibérément ignoré les théories atomistes de Leucippe et de Démocrite. Par un malheureux hasard de l'histoire, c'est l'œuvre d'Aristote, élaborée dans des conditions d'objectivité douteuse, qui exerça ensuite une influence prépondérante sur la pensée, tout au long du Moyen-âge. Nous pouvons ainsi observer, sur une durée qui excède un millénaire, durant tout le Moyen-âge, le comportement d'un ensemble de philosophes, au sens ancien de ce terme, qui avait accepté le primat d'une conception particulière. Leur engagement pour cette théorie fut renforcé parce qu'ils ont constamment évité d'examiner certains phénomènes capables de susciter des réfutations. Ils préférèrent croire que toute l'évidence tendait à indiquer avec une certitude presque absolue, que les lois fondamentales établies à partir des textes d'Aristote, rendaient compte de la réalité. On peut aussi remarquer que, dans le domaine de l'astronomie, la théorie d'Aristarque sur l'héliocentrisme, et les calculs de la circonférence terrestre effectués par Eratosthène, furent oubliés au profit des conceptions exposées par Claude Ptolémée dans son « *Almageste* », qui consacra le modèle géocentrique. Pendant plus d'un millénaire, tous ceux qui cherchèrent à établir de nouvelles connaissances, se conformèrent à cet ensemble de doctrines, qui s'est progressivement transformé en un dogme rigide au fur et à mesure qu'il se généralisait. Il est progressivement devenu cette idéologie victorieuse qui n'a pas hésité à éliminer, physiquement parfois, toutes les objections qui tentaient de remettre en cause les idées officielles. L'échec de tous ces clercs, qui firent tant d'efforts pendant si longtemps, montre de façon éclatante que la variété des opinions est indispensable à une connaissance objective. Les idées nouvelles n'apparaissent souvent que par bribes arrachées graduellement de l'ensemble théorique initial. Une assemblée de scientifiques, qui désire élargir au maximum la signification de ses conceptions et qui veut les comprendre aussi clairement que possible, doit les confronter à d'autres conceptions. Il faut accepter d'adopter une méthodologie pluraliste qui n'hésite pas à comparer les interprétations entre elles, à propos des mêmes expériences. On s'aperçoit alors qu'il existe des faits qui ne peuvent être découverts qu'à l'aide d'interprétations alternatives dont l'exclusion provoque la cécité des observateurs. « *Celui qui n'attend pas l'inattendu, ne le décèlera pas. Il demeurera pour lui, introuvable et inaccessible* » disait déjà Héraclite. Nous savons maintenant que la démarche scientifique consiste à proposer des solutions conjecturales que chaque expérimentation doit pouvoir réfuter. S'écarter de cette règle, c'est risquer d'aboutir à des résultats inexploitable, parce que la signification accordée aux expériences et aux résultats obtenus, dépend essentiellement des traditions de recherche auxquelles les observateurs souscrivent. Ces traditions de recherche, appelées parfois structures préalables, traduisent l'idée fondamentale qui fixe la position des scientifiques concernés vis-à-vis du sujet étudié. En effet, chaque observateur tente habituellement de reproduire les démarches qui ont

montré la plus grande efficacité dans le passé. Mais il peut aussi se trouver en situation d'inaugurer une méthode qui n'a pas encore été adoptée dans son domaine de recherche, mais qui a déjà engendré des solutions nouvelles sur des sujets voisins. S'il décide d'utiliser cette méthode en s'efforçant d'articuler et d'analyser les problèmes posés avec une meilleure efficacité, il peut déboucher sur ce qu'il est convenu d'appeler un progrès. L'un des caractères essentiels de l'activité scientifique, qui permet aux sciences d'avancer, réside dans la possibilité permanente de remettre en cause les théories déjà établies. Elle aboutit à rectifier les concepts et à éliminer les erreurs.

L'histoire de l' « *âge axial grec* », nous montre donc comment, malgré l'émergence des discours rationnels, les principales conceptions élaborées à cette époque, furent conçues en contradiction avec les règles qui auraient pu en garantir l'objectivité. Pourtant, elles furent retenues par la postérité. Ce succès des doctrines erronées, qui dura plus de quinze cents ans, nous fait constater que l'apparition des concepts fondamentaux ne suit pas une évolution linéaire et régulière : elle est chaotique et progresse à tâtons, par essais, imprécisions et n'apparaît pas moins discontinue que le reste des activités humaines. Malgré tous les efforts des philosophes qui ont cherché à maîtriser les mécanismes de la pensée logique, il n'existe pas de recette avérée pour découvrir la vérité sur le monde qui nous entoure : on ne connaît pas de procédure intellectuelle qui permettrait d'engendrer automatiquement une hypothèse à partir d'une série d'expériences. La création des hypothèses scientifiques demeure un mystère logique dans l'état actuel des connaissances. Cela ne signifie pas qu'il faille renoncer à l'analyse conceptuelle des théories qui fondent les sciences : elle permet de scruter les traits généraux des démarches intellectuelles qui ont abouti à la création de nos savoirs. Mais pour répondre à la question posée au début de ce texte, nous pouvons vérifier, en scrutant notre histoire, que le refus des discours rationnels, a provoqué des événements dont les conséquences furent toujours catastrophiques pour l'humanité.